ფიზიკის შესავალი - I

ლექცია 3

ვექტორები,
ათვლის სისტემები,
გალილეის გარდაქმნები

წინა ლექციაში

აჩქარებული მოძრაობა
თანაბრად აჩქარებული მოძრაობა

ამოცანის ამოხსნის სტრატეგია
ამოცანები და მაგალითები

თავისუფალი ვარდნა

სკალარები

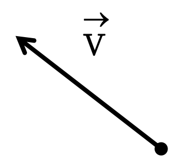
არსებობენ ფიზიკური სიდიდეები რომელთა გამოსახვა შესაძლებელია ერთი რიცხვით და განზომილების ერთეულით

დრო:	*1 წმ*
ტემპერატურა:	*25 გრად. C*
მასა:	*20 კგ*

სკალარული ფიზიკური სიდიდეები

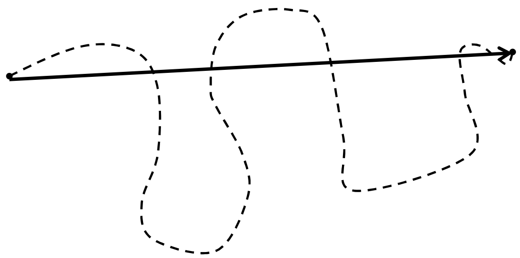
ვექტორები

ვექტორულ ფიზიკური სიდიდეს ახასიათებს სიდიდე და მიმართულება



ვექტორის მოდული $|\vec{V}|$ (გემის ცურვის სიჩქარე)
ვექტორის მიმართულება (*ჩრდილო–დასავლეთი*)

გადაადგილების ვექტორი



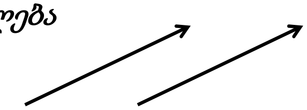
ტრაექტორია და გადაადგილების ვექტორი $\vec{S}$

გადაადგილების ვექტორები

პარალელური ვექტორები:

ტოლი სიდიდე და მიმართულება

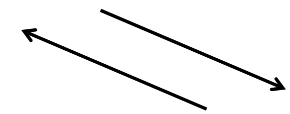
$\vec{A}_1 = \vec{A}_2$



ანტი-პარალელური ვექტორები:

ტოლი სიდიდე და უკუმიმართული

$\vec{B}_1 = - \vec{B}_2$



ოპერაციები ვექტორებზე

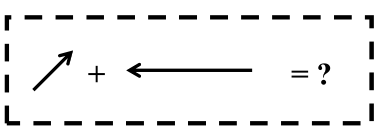
მათემატიკური ოპერაციები სკალარებზე:

5 კგ + 3 კგ = 8 კგ

5 კგ x 2 = 10 კგ

ალგებრული ოპერაციები

1 კმ/სთ (ჩრდ.–აღმ.) + 3 კმ/სთ (დას.) = ?



ოპერაციები ვექტორებზე

ვექტორების ჯამი და სხვაობა:

$\vec{A} + \vec{B} \quad , \quad \vec{A} - \vec{B}$

ვექტორის რიცხვზე გამრავლება

$\alpha \vec{A}$

ვექტორების სკალარული ნამრავლი:

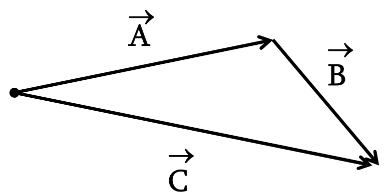
$(\vec{A} \cdot \vec{B})$

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი:

$[\vec{A} \times \vec{B}]$

ვექტორების ჯამი

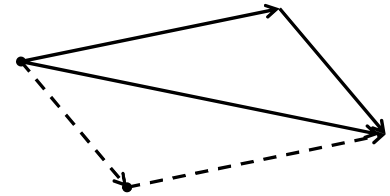
გადაადგილების ანალოგიით: $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$



ვექტორების ჯამის გამოთვლის გრაფიკული მეთოდი

ვექტორების ჯამი

$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$

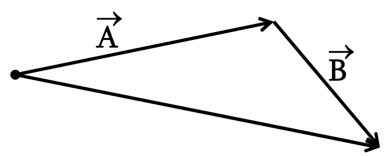


შესაკრებთა გადანაცვლებით ვექტორული ჯამი არ იცვლება

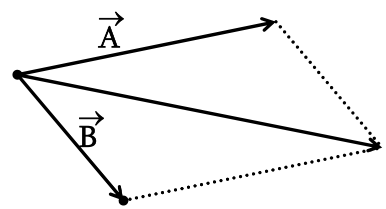
მოძრაობისას იცვლება ტრაექტორია, მაგრამ არა გადაადგილება

აჯამვის გეომეტრიული მეთოდები

თანმიმდევრული გადაადგილება

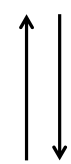


ვექტორები მოდებულია ერთ წერტილში: პარალელოგრამის მეთოდი



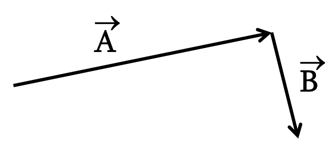
ვექტორების სხვაობა

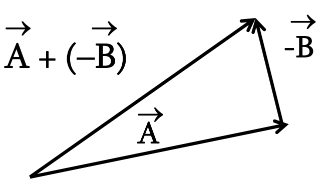
უარყოფითი ვექტორი: $\vec{A}$, $-\vec{A}$



ვექტორების გამოკლება:

$$\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$$





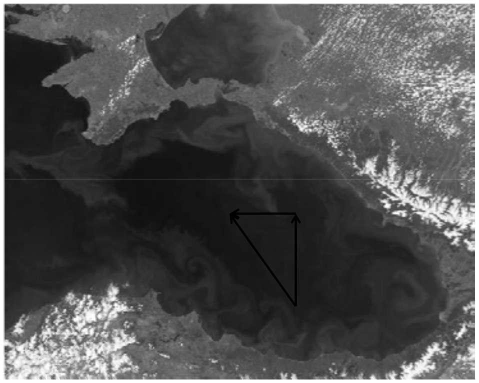
ამოცანა #1

გემმა გაცურა 100 კმ ჩრდილოეთ მიმართულებით ხოლო შემდეგ 50 კმ დასავლეთ მიმართულებით. იპოვეთ გემის ჯამური გადაადგილება

მართი კუთხე (!)

$L = (50^2 + 100^2)^{1/2}$ კმ

$L = 111.8$ კმ



ვექტორის რიცხვზე ნამრავლი

ვექტორის დადებით რიცხვზე გამრავლებისას იცვლება მისი მოდული და არ იცვლება მიმართულება

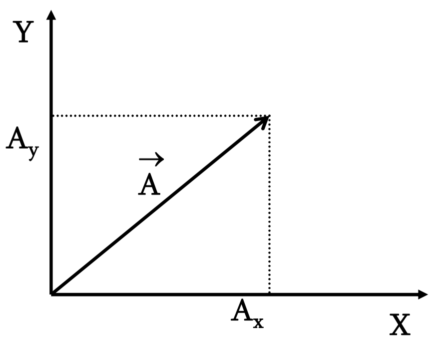
$$\alpha \vec{A} \parallel \vec{A}$$

ვექტორის მიმართულება იცვლება საწინააღმდეგო მიმართულებით –1 ზე გამრავლებისას

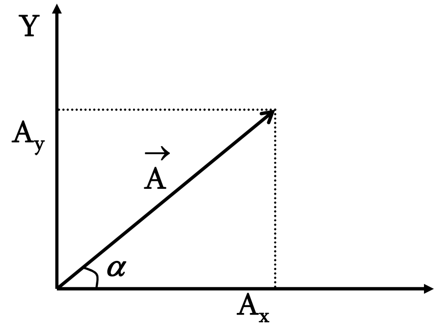
ვექტორის კომპონენტები

ვექტორი დეკარტის კოორდინატთა სისტემაში:

$$\vec{A} = (A_x , A_y)$$



ვექტორის კომპონენტები



ვექტორის კომპონენტები ანუ გეგმილები ღერძებზე

$$A_x = |A| \cos(\alpha) \ , \ A_y = |A| \sin(\alpha)$$

$$|A|^2 = A_x^{\,2} + A_y^{\,2}$$

ოპერაციები ვექტორებზე კომპონენტებში

რიცხვზე გამრავლება: $\vec{C} = a\,\vec{B}$

$$C_x = a\,B_x\,, \qquad C_y = a\,B_y$$

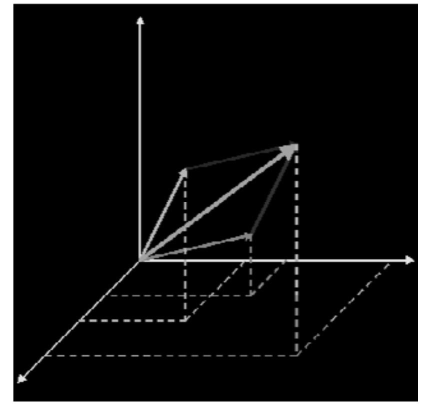
ვექტორების შეკრება: $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

ვექტორები 3 განზომილებაში

ვექტორების შეკრება გრაფიკულად და კომპონენტებით

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$
$$C_z = A_z + B_z$$



ოპერაცია რამოდენიმე ვექტორზე

ვექტორების აჯამვა: $\vec{W} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$

კომპონენტებში:

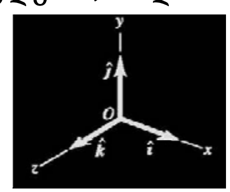
$$W_x = A_x + B_x + C_x + D_x + E_x$$
$$W_y = A_y + B_y + C_y + D_y + E_y$$
$$W_z = A_z + B_z + C_z + D_z + E_z$$

ვექტორის მოდული (სიგრძე):

$$|W| = (\,|W_x|^2 + |W_y|^2 + |W_z|^2\,)^{1/2}$$

ერთეულოვანი ვექტორები

ერთეულოვანი ვექტორი – ვექტორი, რომლის მიმართულებაც ემთხვევა კოორდინატთა ერთ–ერთი ღერძის მიმართულებას, ხოლო სიგრძე უდრის ერთს.



დეკარტის კოორდინათა სისტემაში: $\vec{i}\ \ \vec{j}\ \ \vec{k}$

$$|i| = |j| = |k| = 1$$

ერთეულოვანი ვექტორები

ერთეულოვანი ვექტორების საშუალებით შესაძლებელია ვექტორის წარმოდგენა შემდეგი სახის ვექტორების ჯამად

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

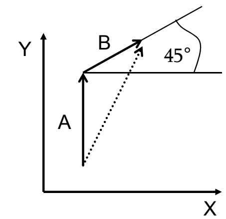
$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

ჯამი: $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x)\,\vec{i} + (A_y + B_y)\,\vec{j} + (A_z + B_z)\,\vec{k}$

ამოცანა # 2

გემმა გაცურა 5 კმ ჩრდილოეთის მიმართულებით, ხოლო შემდეგ 3 კმ ჩრდილო–აღმოსავლეთის მიმართულებით. იპოვეთ ჯამური გადაადგილება.

ამოვხსნათ ვექტორის კომპონენტებში



$A = (A_x, A_y) = (0, 5)$; $B = (B_x, B_y)$;

$$B_x = 3 \cos (45°) = 3 \sqrt{2} / 2$$

$$B_y = 3 \sin (45°) = 3 \sqrt{2} / 2$$

$C_x = A_x + B_x = 0 + 3 \sqrt{2} / 2 = 3 \sqrt{2} / 2$

$C_y = A_y + B_y = 5 + 3 \sqrt{2} / 2$

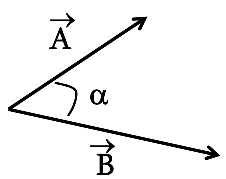
$$|C| = (C_x^2 + C_y^2)^{1/2} = 7.43 \text{ (კმ)}$$

ვექტორების სკალარული ნამრავლი

ვექტორების სკალარული ნამრავლი მოქმედებს ორ ვექტორზე და გვაძლევს სკალარს

$$C = (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$C = |A|\,|B| \cos \alpha$$



ვექტორების სკალარული ნამრავლი

სკალარული ნამრავლის გამოთვლა ვექტორის კომპონენტებში:

$$C = (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$\boxed{C = A_x B_x + A_y B_y}$$

პერპენდიკულარული ვექტორების სკალარული ნამრავლი ნულია: $\alpha = 90°$, $\cos(\alpha) = 0$

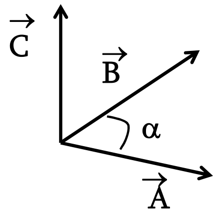
$$C = |A|\,|B| \cos \alpha = 0$$

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი მოქმედებს ორ ვექტორზე და გვაძლევს ვექტორს

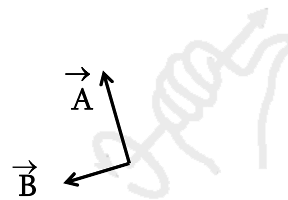
$$\vec{C} = [\,\vec{A} \times \vec{B}\,]$$

$$|C| = |A|\,|B| \sin\alpha \quad , \qquad \vec{C} \perp \vec{A}\,,\ \vec{C} \perp \vec{B}$$



ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

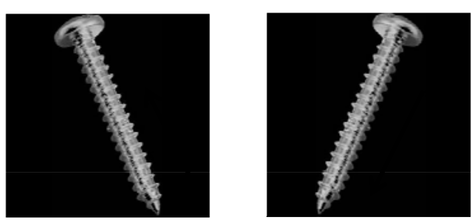
ვექტორული ნამრავლის მიმართულების გამოთვლა ხდება მარჯვენა ხელის (ბურღის) წესით



პირველი ვექტორის მეორე ვექტორისაკენ მობრუნების მიმართულება განსაზღვრავს ნამრავლის შედეგად მიღებული ვექტორის მიმართულებას

ბურღის წესი

“მარჯვენა” და “მარცხენა” ბურღები



საათის ისრის მიმართულებით ბრუნვისას მარჯვენა ბურღი ჩადის ქვევით, ხოლო მარცხენა ამოდის ზევით

ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

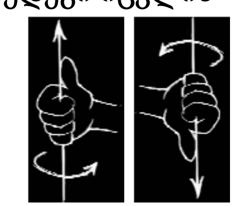
თვისებები:

პარალელური ვექტორების ვექტორული ნამრავლი ნულის ტოლია

$$|C| = |A|\,|B| \sin\alpha = |A|\,|B| \sin(0) = 0$$

მამრავლების გადანაცვლებით შედეგი იცვლის ნიშანს

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\ \vec{B} \times \vec{A}$$



ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

ვექტორული ნამრავლი კომპონენტებში:

$$\vec{C} = [\,\vec{A} \times \vec{B}\,]$$

$$\boxed{\begin{aligned} C_x &= A_y B_z - A_z B_y \\ C_y &= A_z B_x - A_x B_z \\ C_z &= A_x B_y - A_y B_x \end{aligned}}$$

დასამახსოვრებლად: x y z   x y z   x y z

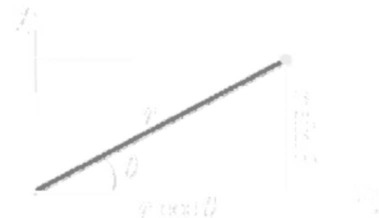
მრუდწირული კოორდინატთა სისტემა

მართკუთხა სისტემა:

x, y

მრუდწირული სისტემა:

r, θ



პოლარულ კოორდინატთა სისტემა

$$x = r\cos(\theta)\,, \quad y = r\sin(\theta)$$

A_x [მ], A_y [მ]

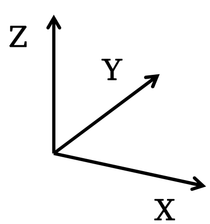
A_r [მ], A_θ [*უგანზომილებო*]

ათვლის სისტემა

კოორდინატთა სისტემა: x,y,z

დროის ათვლა: t

ათვლის სისტემა: (x,y,z,t)

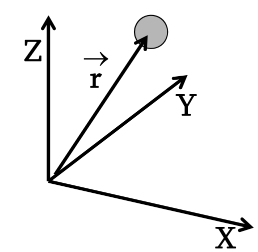


უძრავი ან თანაბარი სიჩქარით მოძრავი ათვლის სისტემა: ინერციული ათვლის სისტემა

რადიუს ვექტორი

რადიუს ვექტორი $\vec{r}$: ვექტორი, რომლის აერთებს ათვლის სისტემის (კოორდინატთა სისტემის) სათავეს და სხეულს

$\vec{r} = (\,x, y, z\,)$



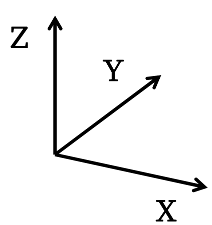
$\vec{r}$ - სხეულის რადიუს ვექტორი

x - სხეულის X-კოორდინატი

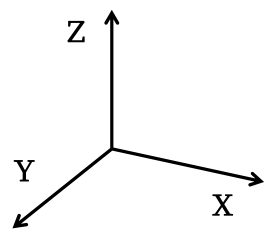
y - სხეულის Y-კოორდინატი

z - სხეულის Z-კოორდინატი

სხვადასხვა ათვლის სისტემები



“მარჯვენა სისტემა”



“მარცხენა სისტემა”

არეკვლა: $Y \rightarrow -Y$

სკალარები და ფსევდოსკალარები

ფიზიკურ სიდიდე აღიწერება სკალარით, თუკი იგი ნიშანს არ იცვლის (ინვარიანტულია) კოორდინატთა სისტემის ერთ-ერთი ღერძის არეკვლის შედეგად ;

მაგ: სხეულის სიგრძე, სხეულის მასა;
ან ნებისმიერი სკალარი რომელიც გამოისახება ნორმალური ვექტორების სკალარული ნამრავლით:

$$S = (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

არეკვლის შემდეგ: $S' = (\vec{A}' \cdot \vec{B}') = ((-\vec{A}) \cdot (-\vec{B})) = S$

სკალარები და ფსევდოსკალარები

სიდიდე აღიწერება ფსევდოსკალარით, თუკი იგი ნიშანს იცვლის კოორდინატთა სისტემის არეკვლის შედეგად;

ფსევდოსკალარია სამი ნორმალური ვექტორის მიერ შედგენილი შერეული ნამრავლი:

$$P = (\vec{A} \cdot [\vec{B} \times \vec{C}])$$

მართლაც:

$$P' = (\vec{A}' \cdot [\vec{B}' \times \vec{C}']) = ((-\vec{A}) \cdot [(-\vec{B}) \times (-\vec{C})]) = -P$$

ათვლის სისტემები და ერთეულები

ერთეულთა სისტემები: [L ,M, T]

SI = [მეტრი, კილოგრამი, წამი]
CGS = [სანტიმეტრი, გრამი, წამი]

SI: V= 10 მ/წმ
CGS: V = 1000 სმ/წმ

სიჩქარის ვექტორის მოდული (რიცხვითი მნიშვნელობა) იცვლება სხვადასხვა ათვლის სისტემაში (10/1000)

ვექტორული სიდიდის გარდაქმნა

სიჩქარე: $|\vec{V}| = \Delta S / \Delta t = 100$ მ/ წმ

გარდავქმნათ ერთეულები: მეტრი → კილომეტრი

$|\vec{V}| = 0.1$ კმ/ წმ

კოორდინატის საზომი ერთეულის ზრდა (მეტრი → 1000 მეტრი) იწვევს სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობის კლებას: (1000 → 0.1).

სიჩქარე კონტრავარიანტული ვექტორია.

ცვლილებები ერთმანეთს აკომპენსირებს

ვექტორული სიდიდის გარდაქმნა

ტემპერატურის ვერტიკალური ცვლილება ატმოსფეროში: $|\vec{K}| = \Delta T / \Delta X = 0.0065$ გრად./მ

გარდავქმნათ ერთეულები: მეტრი → კილომეტრი

$|\vec{K}| = 6.5$ გრად./კმ

საზომი ერთეულის ზრდა (მეტრი → 1000 მეტრი) იწვევს სიჩქარის რიცხვითი მნიშვნელობის ზრდას: (0.0065 → 6.6). ასეთ ვექტორს კოვარიანტული ეწოდება. *(გრადიენტული ვექტორი)*

მოძრაობის ფარდობითობა

მატარებელის ფანჯრიდან ვხედავთ რომ მეორე მატარებელი ჩვენს მიმართ გადაადგილდება. ფანჯრებიდან მეორე მატარებლის მეტს ვერაფერს ვერ ვხედავთ.

რომელი მატარებელი მოძრაობს და რომელია უძრავი?

მოძრაობა ფარდობითია

ფარდობითობა

ბიჭი მირბის მატარებლის ვაგონში 3 მ/წმ სიჩქარით. მატარებელი მოძრაობს 10 მ/წმ სიჩქარით. რა სიჩქარით გადაადგილდება ბიჭი?

შეკითხვას აზრი არ აქვს:

გადაადგილება რის მიმართ?

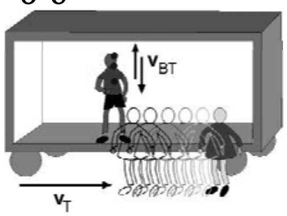
სიჩქარე ვაგონის მიმართ: 3 მ/წმ

სიჩქარე დედამიწის მიმართ: 13 მ/წმ

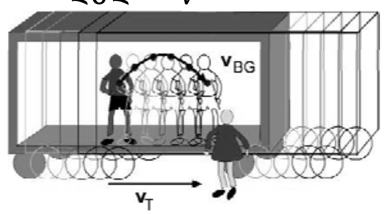
ფარდობითობა

ბიჭი აგდებს ბურთს ვერტიკალური მიმართულებით მოძრავ ვაგონში. რა ტრაექტორიაზე მოძრაობს ბურთი?

ვაგონის მიმართ



დედამიწის მიმართ



ფარდობითობა

თოვლის ფიფქების მოძრაობა

ფარდობითობა

სიჩქარის სიდიდე და მიმართულება დამოკიდებულია იმაზე თუ რომელ ათვლის სისტემაში ვახდენთ გაზომვას

1. ფანტელის სიჩქარე უძრავ სისტემაში: $\vec{V}_1$
2. ფანტელის სიჩქარე მანქანის მიმართ; $\vec{V}_2$
3. მანქანის სიჩქარე: $\vec{V}_0$

$$\vec{V}_2 = \vec{V}_0 + \vec{V}_1$$

გალილეის კოორდინატთა გარდაქმნები

ერთი სისტემიდან მეორე სისტემაში გადასვლისას წერტილის კოორდინატების ცვლილება

მოძრაობა X–ღერძის გასწვრივ:

$$x' = x + V\,t\,, \qquad y' = y\,, \qquad z' = z$$

მოძრაობა $\vec{V}$ სიჩქარით:

$$\boxed{\begin{aligned} x_2 &= x_1 + V_x\,t \\ y_2 &= y_1 + V_y\,t \\ z_2 &= z_1 + V_z\,t \end{aligned}}$$

გალილეის კოორდინატთა გარდაქმნები

გალილეის გარდაქმნების ვექტორული ფორმა:

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{V}\,t$$

r_2 – სხეულის რადიუს ვექტორი მეორე სისტემაში

r_1 – სხეულის რადიუს ვექტორი პირველ სისტემაში

V – მეორე სისტემის პირველის მიმართ მოძრაობის სიჩქარე

ერთი სისტემიდან მეორეში გადასვლა: $\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \vec{V}_0$

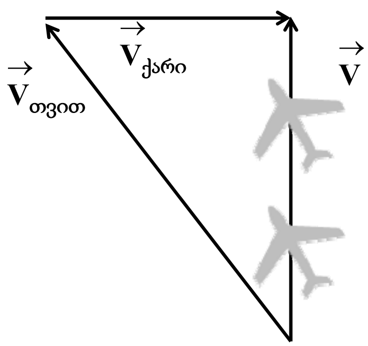
შემხვედრი მოძრაობა

მატარებლის სიჩქარე დედამიწის მიმართ: 400კმ/სთ

მატარებლების ფარდობითი სიჩქარე: 800კმ/სთ

სიჩქარეების გარდაქმნა 2 განზომილებაში

თვითმფრინავი გვერდით ქარში: $\vec{V} = \vec{V}_{თვით} + \vec{V}_{ქარი}$



თვითმფრინავი გვერდით ქარში

კინემატიკა

ვექტორების ჯამი და სხვაობა
ვექტორების სკალარული ნამრავლი
ვექტორების ვექტორული ნამრავლი
სკალარები და ფსევდოსკალარები
კოვარიანტული და კონტრავარიანტული ვექტ.

მოძრაობის ფარდობითობა
ათვლის სისტემები
გალილეის გარდაქმნები

www.tevza.org/home/course/phys2015