



# ფიზიკის შესავალი

## ლექცია 4

მოდრაობა 2 განზომილებაში  
 ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის  
 მოძრაობა  
 თანაბარი წრიული მოძრაობა

### წინა ლექციაში

ვექტორები  
 ვექტორების ჯამი და სხვაობა  
 ვექტორების სკალარული ნამრავლი  
 ვექტორების ვექტორული ნამრავლი

მოდრაობის ფარდობითობა  
 ათვლის სისტემები  
 გალილეის გარდაქმნები

### მოდრაობა ორ განზომილებაში

მრუდწირული  
 მოძრაობა

იცვლება როგორც  
 მოძრაობის  
 სიჩქარე  
 ისე  
 მიმართულება



Formula-1 Belgium (SPA)

### მოდრაობა ორ ან მეტ განზომილებაში



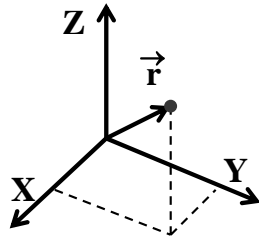
რომელი ბუშტი დაეცემა უფრო სწრაფად,  
 შორს თუ ახლოს გადაგდებული?

### რადიუს ვექტორი

სხეულის მდგომარეობა სივრცეში

$$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

ვექტორი, რომელიც აერთებს კოორდინატთა სისტემის სათავესა და მოძრავ სხეულს



რადიუს ვექტორი იცვლის სიგრძეს და მიმართულებას, მაგრამ არ იცვლის საწყის წერტილს (კოორდინატთა სისტემის სათავე)

### გადაადგილება სივრცეში

გადაადგილების საშუალო სიჩქარე

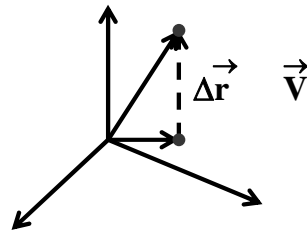
$$\vec{V} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) / (t_2 - t_1)$$

$$\vec{V} = \Delta \vec{r} / \Delta t$$

გადაადგილების ვექტორი გაყოფილი დროზე, რომელშიც ეს გადაადგილება მოხდა

მყისი სიჩქარე

$$\vec{V}_{mq} = \Delta \vec{r} / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$



### გადაადგილება სივრცეში

საწყისი წერტილის რადიუს ვექტორი:

$$\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$$

საბოლოო წერტილის რადიუს ვექტორი:

$$\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

გადაადგილების ვექტორი:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k}$$

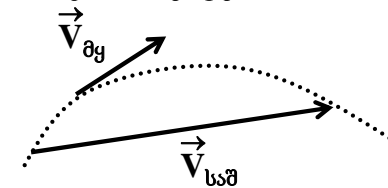
### გადაადგილება სივრცეში

გადაადგილების სიჩქარის კომპონენტები

$$V_x = \Delta x / \Delta t$$

$$V_y = \Delta y / \Delta t$$

$$V_z = \Delta z / \Delta t$$



მრუდწირული მოძრაობისას მყისი სიჩქარე მიმართულია მოძრაობის ტრაექტორიის მხეობი მიმართულებით

### აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

აჩქარება აღწერს სხეულის მოძრაობის სიჩქარის ცვლილებას (მოძრაობა  $X$  ღერძის გასწვრივ):

$$a_x = \Delta V_x / \Delta t$$

ორ ან მეტ განზომილებაში შეიძლება იცვლებოდეს როგორც სიჩქარის მოდული, ისე მიმართულება.

აჩქარების ვექტორი აღწერს ორივე ცვლილებას

### აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

საშუალო აჩქარება:

$$\vec{a} = (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) / (t_2 - t_1)$$

მყისი აჩქარება:

$$\vec{a}_{\text{მყ}} = \Delta \vec{V} / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

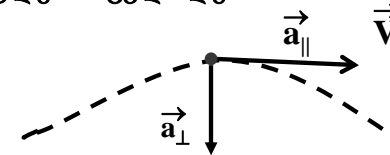
თანაბრადაჩქარებული მოძრაობა:

$$\vec{a}_{\text{მყ}} = \vec{a} = \text{const.}$$

### აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას

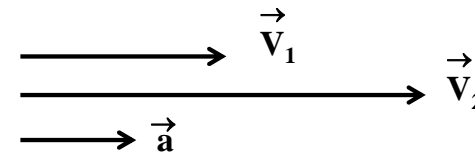
აჩქარების მყისი სიჩქარის (მოძრაობის) პარალელური კომპონენტი აღწერს სიჩქარის მოდულის ცვლილებას

აჩქარების მყისი სიჩქარის (მოძრაობის) პერპენდიკულარული კომპონენტი აღწერს სიჩქარის მიმართულების ცვლილებას



### პარალელური აჩქარება

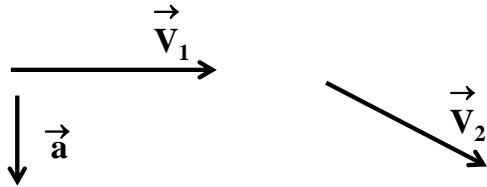
აჩქარების ვექტორი სიჩქარის და მოძრაობის მიმართულების პარალელურია:



წრფივი მოძრაობა ზრდადი (თუ  $a > 0$ ) ან კლებადი (თუ  $a < 0$ ) სიჩქარით. იცვლება სიჩქარის მოდული და არა მიმართულება.

### პერპენდიკულარული აჩქარება

აჩქარების ვექტორი სიჩქარისა და მოძრაობის პერპენდიკულარულია:



ნებისმიერი მრუდწირული მოძრაობა აჩქარებული მოძრაობაა: იცვლება სიჩქარის მიმართულება, მოძრაობის ტრაექტორია უხვევს (მრუდდება).

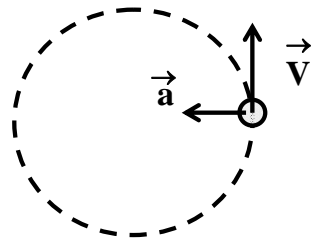
### თანაბარ-წრიული მოძრაობა

წრიულ ტრაექტორიაზე მოძრაობა მუდმივი სიჩქარით: ბრუნვა

ბრუნვის პერიოდი:  
T (წამი)

ბრუნვის სიხშირე:  
ν (ჰერცი)

$$\nu = T^{-1}$$

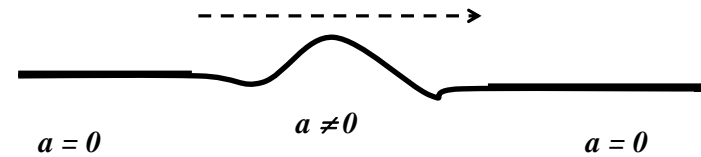


### მოძრაობა მუდმივი სიჩქარით

სხეული მოძრაობს მუდმივი სიჩქარით:  $|V| = \text{constant}$

სხეული მოძრაობს წრფივ და მრუდ ტრაექტორიაზე;

- იცვლება მყისი სიჩქარის მიმართულება;
- სხეული მოძრაობს აჩქარებით;



### თანაბარ-წრიული მოძრაობა

იცვლება მხოლოდ სიჩქარის მიმართულება:

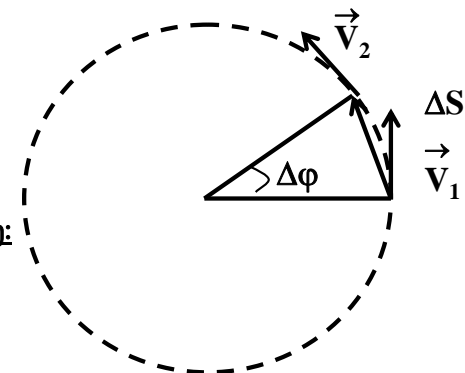
$$|V_1| = |V_2|$$

წირითი სიჩქარე:

$$V = \Delta S / \Delta t$$

კუთხური სიჩქარე:

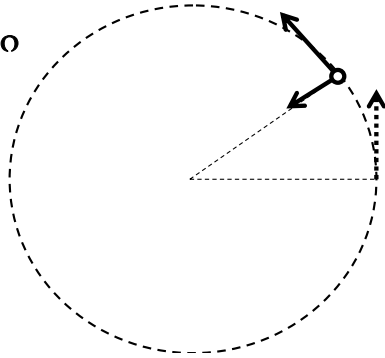
$$\omega = \Delta \phi / \Delta t$$



### ცენტრისკენული აჩქარება

$$\vec{a} = \Delta \vec{V} / \Delta t = (\vec{V}_2 - \vec{V}_1) / \Delta t = (\vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)) / \Delta t$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობისას აჩქარება მიმართულია ცენტრისაკენ

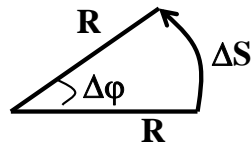


### თანაბარ-წრიული მოძრაობა

წირით და კუთხურ სიჩქარეებს შორის კავშირი

$$\Delta S = R \Delta \varphi$$

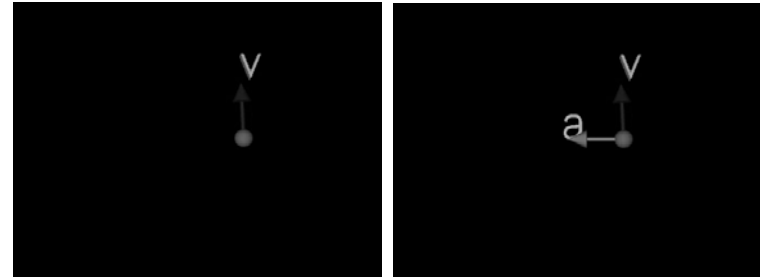
$$V = \Delta S / \Delta t = R \Delta \varphi / \Delta t$$



$$V = \omega R$$

### თანაბარ-წრიული მოძრაობა

სიჩქარე და აჩქარება მრუდწირული მოძრაობისას



### თანაბარ-წრიული მოძრაობა

კუთხური სიჩქარე და ბრუნვის პერიოდი:

$$\omega = \Delta \varphi / \Delta t$$

$$\Delta t = T \quad - \text{ბრუნვის პერიოდი}$$

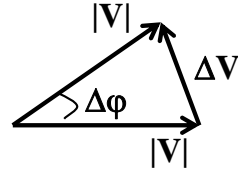
$$\Delta \varphi = 2\pi \quad - \text{მოზრუნების კუთხე ერთი პერიოდის განმავლობაში (360 გრადუსი)}$$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \nu$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

აჩქარება:

$$a = \Delta V / \Delta t$$



$$\Delta V = V \Delta \phi$$

$$a = V \Delta \phi / \Delta t = V \omega$$

$$(V = \omega R)$$

$$a = V^2 / R$$

$$a = \omega^2 R$$

თანაბარ-წრიული მოძრაობა

შეჯამება

წირითი სიჩქარე:

$$V = \Delta S / \Delta t \quad (\text{მ/წმ})$$

კუთხური სიჩქარე:

$$\omega = \Delta \phi / \Delta t \quad (\text{1/წმ} = \text{360}^\circ)$$

$$V = \omega R$$

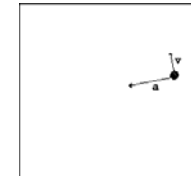
სიხშირე და პერიოდი:

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \nu$$

აჩქარება:

$$a = \omega^2 R$$

$$a = V^2 / R$$



ამოცანა #1

სპორტულ მანქანას შეუძლია მოსახვევში იმოძრაოს მაქსიმუმ 0.96 g აჩქარებით ისე რომ არ მოცურდეს ტრასის ზედაპირიდან. მანქანა მოძრაობს 40 მ/წმ სიჩქარით. მინიმუმ რა რადიუსის მოსახვევში შეძლებს სპორტული მანქანა მოხვევას მოცურების გარეშე?

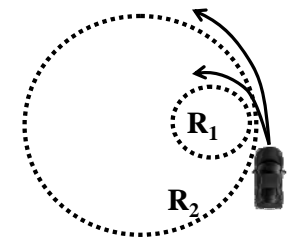
აჩქარება:  $a = 0.96 g = 0.96 \cdot 9.8 \text{ მ/წმ}^2 = 9.4 \text{ მ/წმ}^2$

წირითი სიჩქარე:  $V = 40 \text{ მ/წმ}$

ამოცანა #1

მოხვევის რადიუსი: R

$$a = V^2 / R$$



$$9.4 \text{ მ/წმ}^2 = (40 \text{ მ/წმ})^2 / R$$

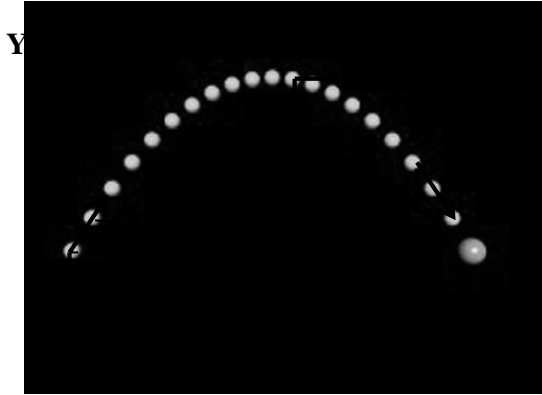
$$R = (40^2 / 9.4) \text{ მ} = \underline{170 \text{ მ}}$$

$a \sim 1/R$  :

თუ  $R < 170 \text{ მ}$  ,  $a > 9.4 \text{ მ/წმ}^2$  : მანქანა მოცურდება

### ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი სხეულის მოძრაობა

მოძრაობა მუდმივი აჩქარებით:  $g$



### 2-განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

Y ღერძი:

$$(0 - V_y) = -g T_1$$

ბურთის მოძრაობა ზევით:  $T_1 = V_y / g$

ბურთის მოძრაობა ქვევით:  $T_2 = T_1$

ბურთის ფრენის დრო:  $T = 2T_1$

$$T = 2 V \sin \alpha / g$$

### 2-განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

მოძრაობის კინემატიკის გათვლა გეგმილების მიხედვით: X, Y

X გეგმილი:

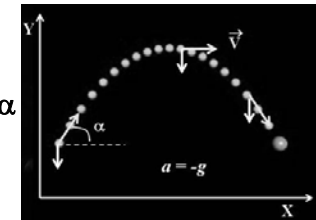
საწყისი სიჩქარე:  $V_x = V \cos \alpha$

აჩქარება:  $a_x = 0$

Y გეგმილი:

საწყისი სიჩქარე:  $V_y = V \sin \alpha$

აჩქარება:  $a_y = -g$



### 2-განზომილებიანი მოძრაობის ანალიზი

X ღერძი:

ფრენის მანძილი:  $L = V_x T$

$$L = (V \cos \alpha) (2 V \sin \alpha / g)$$

$$L = 2 V^2 \sin \alpha \cos \alpha / g$$

$$L = V^2 (\sin 2\alpha) / g$$

ფრენის მანძილი დამოკიდებულია საწყის სიჩქარეზე, გასროლის კუთხესა და თავისუფალი ვარდნის აჩქარებაზე

## სხვადასხვა კუთხით გასროლილი ბურთულა



## მოდრაობის ტრაექტორია

X ღერძი:

$$x = x_0 + V_x t = x_0 + V \cos(\alpha)t$$

Y ღერძი:

$$y = x_0 + V_y t - g t^2/2 = y_0 + V \sin(\alpha)t - g t^2/2$$

სიმარტივისთვის გასროლის წერტილი ავირჩიოთ კოორდინატთა სათავეთ:

$$x_0 = 0, y_0 = 0,$$

გამოვსახოთ X გეგმილიდან:  $t = x / (V \cos \alpha)$

## სხვადასხვა კუთხით გასროლილი ბურთულა

რა კუთხით უნდა გავისროლოთ ბურთულა რომ მან იფრინოს მაქსიმალური მანძილი?

$$L = V^2 (\sin 2\alpha) / g$$

$\sin 2\alpha$  – მაქსიმუმალური მნიშვნელობაა 1,  
როდესაც  $2\alpha = \pi/2$  ( $90^\circ$ )

$$\alpha_{\max} = \pi/4 \quad (45^\circ)$$

$$L_{\max} = V^2 / g$$

## მოდრაობის ტრაექტორია

ჩავსვათ Y გეგმილში:

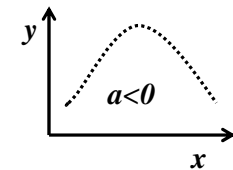
$$y = V \sin(\alpha) (x / (V \cos \alpha)) - g (x / (V \cos \alpha))^2 / 2$$

მოდრაობის ტრაექტორია - პარაბოლა

$$y = a x^2 + b x$$

$$a = -g / (2 V^2 (\cos \alpha)^2)$$

$$b = \tan(\alpha)$$





### პარაბოლური ტრაექტორიები

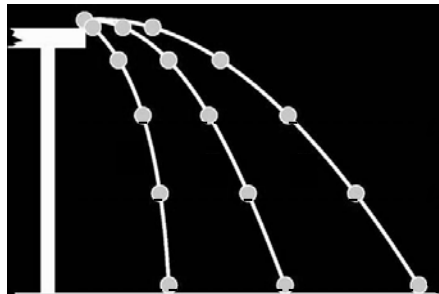


გამდნარი მეტალის წვეთები:  
სხვადასხვა საწყისი სიჩქარე და დახრის კუთხე  
სხვადასხვა კონფიგურაციის პარაბოლები

### ვარდნა სხვადასხვა ჰორიზონტული სიჩქარით

Y-გეგმილი აჩქარება:  $-g$   
საწყისი სიჩქარე:  $V_y = V \sin(0) = 0$

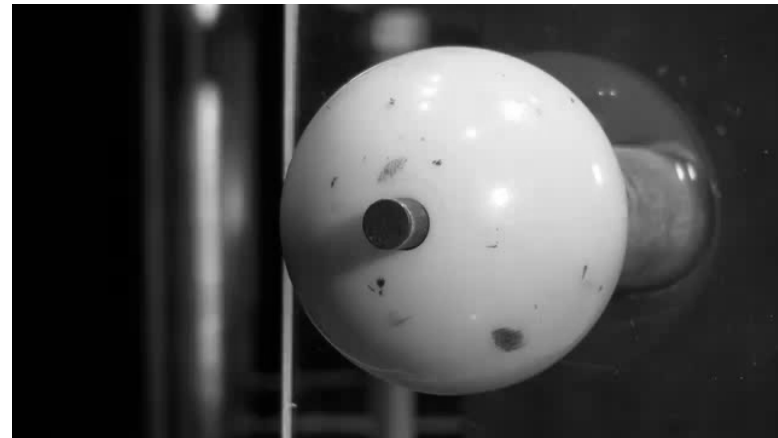
ვარდნის დრო  
არ არის  
დამოკიდებული  
საწყის  
ჰორიზონტალურ  
სიჩქარეზე



### ფეხბურთის ბურთის ტრაექტორია



### ბურთულების ვარდნა



## ამოცანა # 2

ზოოპარკიდან გამოპარული მაიმუნი ჩამოკიდებულია ხის ტოტზე. მის დასაჭერად ზოოპარკის ზედამხედველი მაიმუნს ხეზე ესვრის ტრანკვილიზატორს.

გასროლისთანავე მაიმუნი წყდება ხეს და ცდილობს მიწაზე ჩამოხტომას.

როგორ უნდა დაუმიზნოს ზედამხედველმა მაიმუნს რომ მოარტყას ისარი?

## მრუდწირული მოძრაობა

მოძრაობა ორ ან მეტ განზომილებაში  
რადიუს ვექტორი  
აჩქარების პარალელური და  
პერპენდიკულარული კომპონენტები

თანაბარი წრიული მოძრაობა

ჰორიზონტისადმი კუთხით გასროლილი  
სხეულის მოძრაობა

## ამოცანა # 2

გასროლა და მაიმუნის ვარდნის დაწყება ერთდროულია:  $t_0 = 0$

$$\Delta h_1 = -g \Delta t^2 / 2$$

$$\Delta h_2 = -g \Delta t^2 / 2$$

$$\Delta h_1 = \Delta h_2$$



მაიმუნს ისარი მოხვდება ყოველთვის, თუკი დამიზნება მოხდება პირდაპირი ხედვის ხაზზე



[www.tevza.org/home/course/phys2012](http://www.tevza.org/home/course/phys2012)