

სპირალური გალაქტიკის ზედაპირული სიკაშკაშე

სპირალურ გალაქტიკებში ერთ-ერთი ძირითადი დაკვირვებადი სიდიდეა ზედაპირის სიკაშკაშის რადიალური პროფილი $I(r)$, რომელიც აღწერს, როგორ იცვლება გალაქტიკის გამოსხივების ინტენსივობა ცენტრიდან დაშორებისას. აქ r არის რადიალური მანძილი სპირალური გალაქტიკის ცენტრიდან, ხოლო $I(r)$ - ზედაპირის სიკაშკაშე ამ რადიუსზე. ჩვეულებრივ, ტელესკოპით შესაძლებელია შორეული სპირალური გალაქტიკის სიკაშკაშის მხოლოდ რამდენიმე გაზომვის ჩატარება. მეორეს მხრივ საჭიროა აღდგეს სრული პროფილი $I(r)$, რათა შევისწავლოთ გალაქტიკის დისკოს სტრუქტურა, სიკაშკაშის კლების ხასიათი და შევაფასოთ სრული გამოსხივება გარკვეულ რადიუსამდე.

რეალურ დაკვირვებებში მონაცემები დისკრეტულია, ამიტომ საჭიროა ინტერპოლაცია, ხოლო სრული გამოსხივების შესაფასებლად - რიცხვითი ინტეგრება.

ტელესკოპით გაზომილია სპირალური გალაქტიკის ზედაპირის სიკაშკაშე ოთხ რადიუსზე:

$$(r, I) = (1, 10), (2, 7), (3, 5), (4, 3)$$

1. ააგეთ ლაგრანჟის ინტერპოლაციური პოლინომი $P(r)$, რომელიც გადის მოცემულ ოთხ წერტილზე;
2. გამოიყენეთ მიღებული პოლინომი და გამოთვალეთ სიკაშკაშე შემდეგ წერტილებში: $r = 1.5, 2.5, 3.5$.
3. შეადარეთ წრფივი ინტერპოლაციით და ლაგრანჟის პოლინომებით მიღებული ინტერპოლაციის შედეგები;
4. გაანალიზეთ, რომელი მეთოდი იძლევა უფრო გლუვ პროფილს და ხომ არ ჩნდება ფიქტიური გადახრა ან რხევები ან რხევა.
5. ჩათვალეთ, რომ გალაქტიკის დისკოს სრული გამოსხივება ცენტრიდან $r=4$ -მდე პროპორციულია ინტეგრალს:

$$L = \int_1^4 I(r) dr.$$

გამოთვალეთ ეს ინტეგრალი რიცხვითად ტრაპეციის მეთოდით და შეადარეთ იგივე ინტეგრალის მნიშვნელობას რომელიც გამოთლილია ლაგრანჟის ინტერპოლაციური პოლინომიალის (ანალიზური) ინტეგრების საშალებით.

6. განიხილეთ სანდოობის ამოცანა:

- რამდენად რეალისტურია მხოლოდ ოთხი წერტილიდან აღდგენილი პროფილი;
- რამდენად სანდოა შედეგი $r > 4$ ან $r < 1$ არეში;
- როგორ შეიძლება შეცვალოს ხმაურმა ან მიმღების ცდომილებამ ინტერპოლაციისა და ინტეგრების შედეგი.

7. სპირალური გალაქტიკის დისკოსთვის ხშირად გამოიყენება ექსპონენციალური მოდელი:

$$I(r) = I_0 e^{-r/R_d}.$$

მოახდინეთ დაკვირვებით მონაცემებით ექსპონენტის პარამეტრების აღდგენა და შეადარეთ პოლინომიურ ინტერპოლაციას. ცდომილების ფუნქციის ანალიზის გამოყენებით შეარჩიეთ ექსპონენტის აღდგენის საუკეთესო მეთოდი.