ინტეგრება ლაგრანჟის პოლინომების ინტერპოლაციით: ცდომილება

თუ $f(x)$-ს ვანაცვლებთ n-ე ხარისხის ინტერპოლაციური პოლინომით $P_n(x)$, მაშინ თითოეულ წერტილში გვაქვს:

$$f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)$$

$$I = \int_a^b f(x)\, dx$$

$$I_n = \int_a^b P_n(x)\, dx$$

ცდომილების გამოთვლა:

$$E(f) = I - I_n = \int_a^b (f(x) - P_n(x))\, dx$$

$$E(f) = \int_a^b \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \prod_{i=0}^{n} (x - x_i)\, dx$$

უწყვეტი შემოზღუდული წარმოებული:

$$|f^{(n+1)}(x)| \leq M$$

ე.ი.

$$|E(f)| \leq \frac{M}{(n+1)!} \int_a^b \left| \prod_{i=0}^{n} (x - x_i) \right| dx$$

ანუ ცდომილების ფუნქცია:

$$E(f) = O\left(\frac{1}{(N+1)!} \right)$$