

რიცხვითი ინტერპოლაციის სიზუსტე

ინტერპოლაციის ცდომილების ფუნქცია:

$$\text{Error} = f(x) - P(x)$$

ცნობილ “კვანძის” წერტილებში:

$$f(x_i) = P(x_i)$$

n რიგის პოლინომიური ინტერპოლაციის სიზუსტე:

$$f(x) - P_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \prod_{i=0}^n (x - x_i)$$

x_i ინტერპოლაციის კვანძებია, ξ კი ცვლადი კვანძებს შორის.

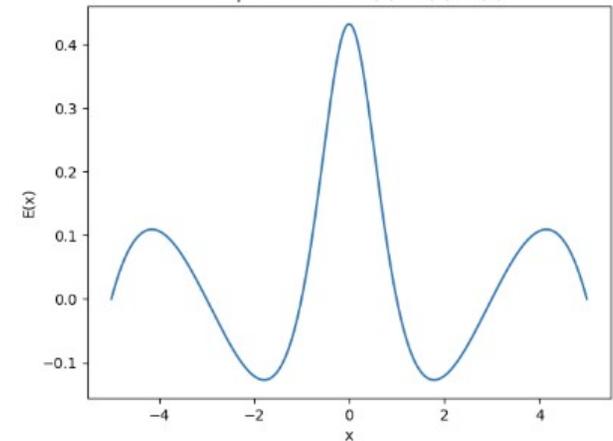
მაგალითი: $P_2(x)$ – 3 კვანძის წერტილზე კვადრატული ინტერპოლაცია.

$$f(x) - P_2(x) = \frac{f^{(3)}(\xi)}{3!} (x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)$$

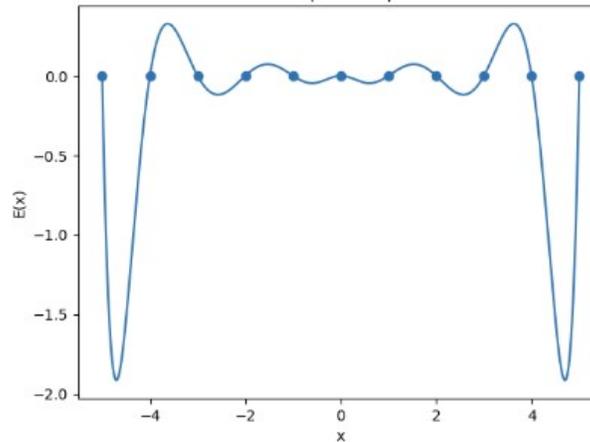
ამოცანა 5+1.1: დახაზეთ პოლინომიური ინტერპოლაციის ცდომილების ფუნქცია:

$$x_i = [-5, -3, -1, 1, 3, 5]$$

$$y_i = f(x_i) = \frac{1}{1 + x_i^2}$$



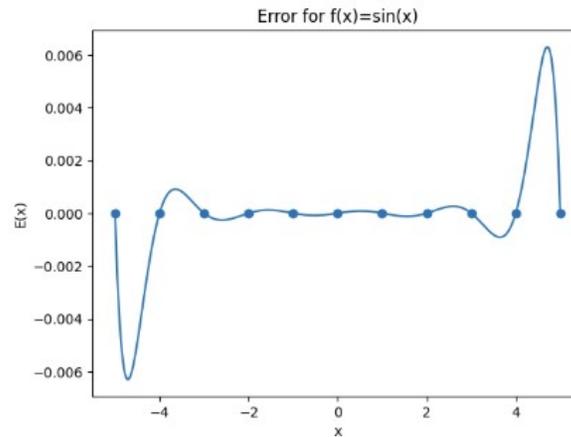
ამოცანა 5+1.1: დახაზეთ 11 წერტილზე აგებული ინტერპოლაციის ცდომილების ფუნქცია.



რუნგეს მოვლენა (Runge phenomenon) მაღალი რიგის პოლინომიალური ინტერპოლაციისას ინტერვალის კიდევებზე ფიქტიური ოსცილაციების გენერაცია.

რუნგეს მოვლენა დამოკიდებულია ინტერპოლანტი ფუნქციის სახეზე.

მაგალითი:



ცდომილების ნორმები:

ცდომილები პირველი ნორმა:

$$\|E\|_1 = \sum |f(x) - P(x)|$$

ცდომილების მეორე ნორმა:

$$\|E\|_2 = \sqrt{\sum (f(x) - P(x))^2}$$