

Lecture 7

N-Body Simulations

Primitive Approach:
Particle-Particle interactions (**PP**)

$O(N^2)$ computation process

Methods:

- ✓ Mesh Based
- ✓ Tree Code
- ✓ Multipole Expansion

N-Body Simulations

Approaches:

- ☑ Particle-Mesh (**PM**)
- ☑ Particle-Particle, Particle-Mesh (**P3M**)
- ☑ Particle Multiple Mesh (**PM2**)
- ☑ Nested Grid Particle – Mesh (**NGPM**)
- ☑ Tree Code (**TC**)

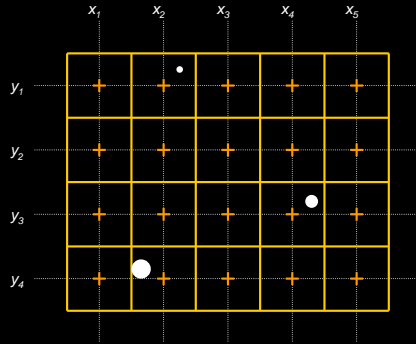
Particle-Mesh (PM)

Approach: { Particles + Field }

1. Particle → Mesh
Calculate Density Function
2. Mesh
Calculate Potential
3. Mesh → Particle
Calculate Forces

Particle-Mesh (PM)

(N) Particles + (m^2) Mesh



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Particle-Mesh (PM)

1. Particle Distribution \rightarrow Density Function

- A. Nearest Grid Point (NGP)
- B. Cloud-in-Cell (CIC)
- C. Higher Order Interpolations (e.g. TSC)

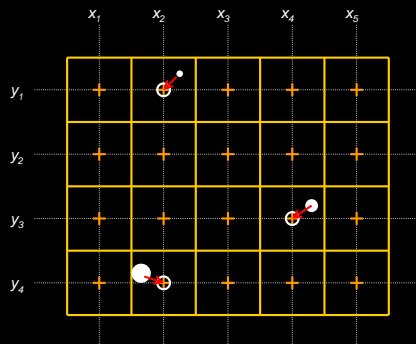
ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Particle-Mesh (PM)

Calculating Density Function: NGP

zero order interpolation



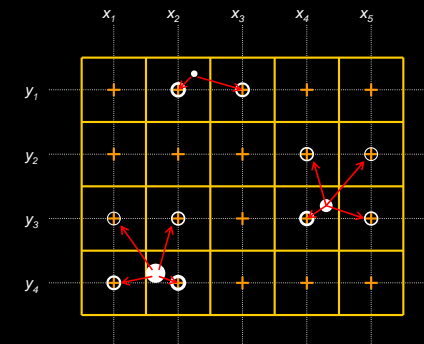
ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Particle-Mesh (PM)

Calculating Density Function: CIC

linear interpolation



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Particle-Mesh (PM)

2. Calculate Potential (mesh)

$$\Delta \Phi = 4 \pi G \rho(x)$$

Spectral method (FFT)

3. Calculate Forces (mesh→particle)

$$f_i = m_i \nabla \Phi, \quad i = 1 \dots N$$

Particle-Mesh (PM)

+ Speed

$$O(N + m \log m)$$

+ Large scale phenomena

- Particle collisions

- Non-uniform distributions (<1 particle/cell)

Particle-Particle, Particle-Mesh (P3M)

Hybrid: (Long Range + Short Range)

1. Particle - Field

$$\Delta(\text{Particle, Particle}) < 3\Delta(\text{Mesh})$$

2. Particle - Particle

$$O((N-n) + m \log m + n^2)$$

Particle-Particle, Particle-Mesh (P3M)

+ Cosmology Simulations

- Direct Summation can dominate

Improvements:

Adaptive Mesh

Wavelets

Particle – Mesh, Mesh (PM2)

Particle + Mesh + Mesh

Particle

Global Mesh (coarse)

Particle Sub-Mesh (fine)

Long Distance Interaction (Global Mesh Field)

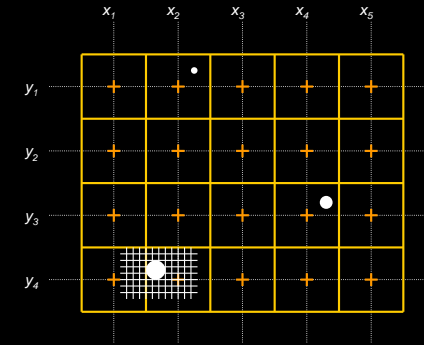
Short Distance Interaction (Particle Mesh)

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Particle – Mesh, Mesh (PM2)

Particle – Mesh – Mesh



ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Particle – Mesh, Mesh (PM2)

$O(N + m \log m)$

+ Particle Collisions

- Small Volumes

Max size for effect (galaxy) then PM

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Nested Grid Particle – Mesh (NGPM)

Particle, Nested Mesh

Global Mesh, mesh1, mesh2, ...

$\Delta M > \Delta m_1 > \Delta m_2 \dots$

Smaller distance

Higher resolution (Forces)

Higher resolution (Mass)

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება

ალ. თევზაძე (2011)

Nested Grid Particle – Mesh (NGPM)

Particle, Nested Mesh

Global Mesh, mesh1, mesh2, ...

$$\Delta M > \Delta m_1 > \Delta m_2 \dots$$

Smaller distance

Higher resolution (Forces)

Higher resolution (Mass)

Nested Grid Particle – Mesh (NGPM)

Particle mass \rightarrow Grid density

Grid \rightarrow Sub grid (Cloud-in-Cell interp.)

+ Improved Particle Collisions

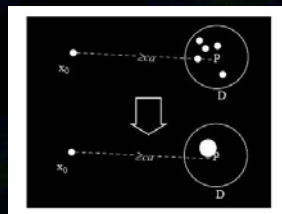
- More Complex, Memory

Tree Code (TC)

Hierarchical Tree – Gridless

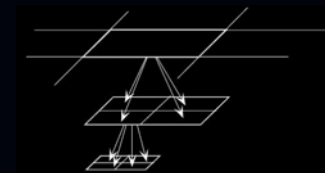
Interactions: Particle-Tree

Short range / Long range



Tree Code (TC)

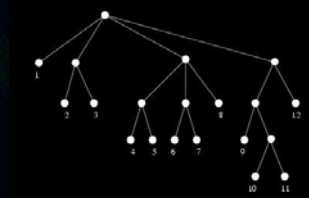
Hierarchy Tree:



Quadrante Partition



Barnes-Hut Tree

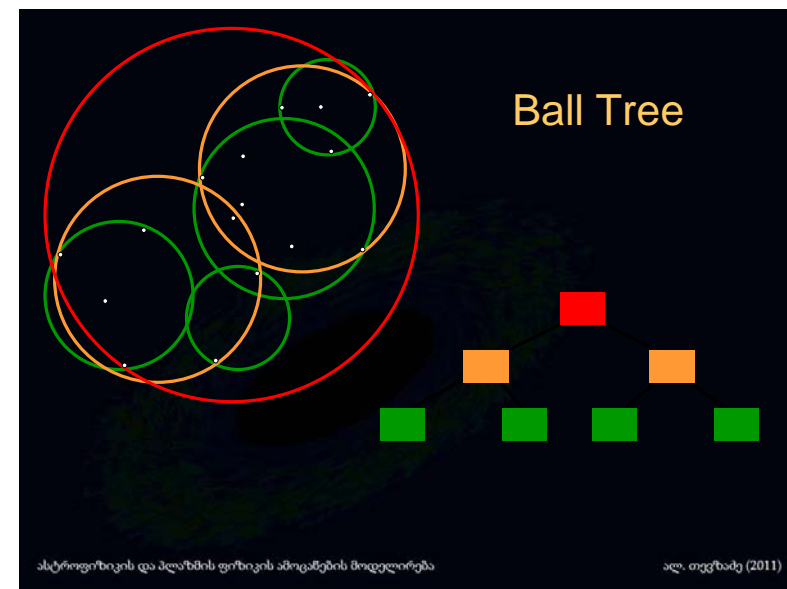
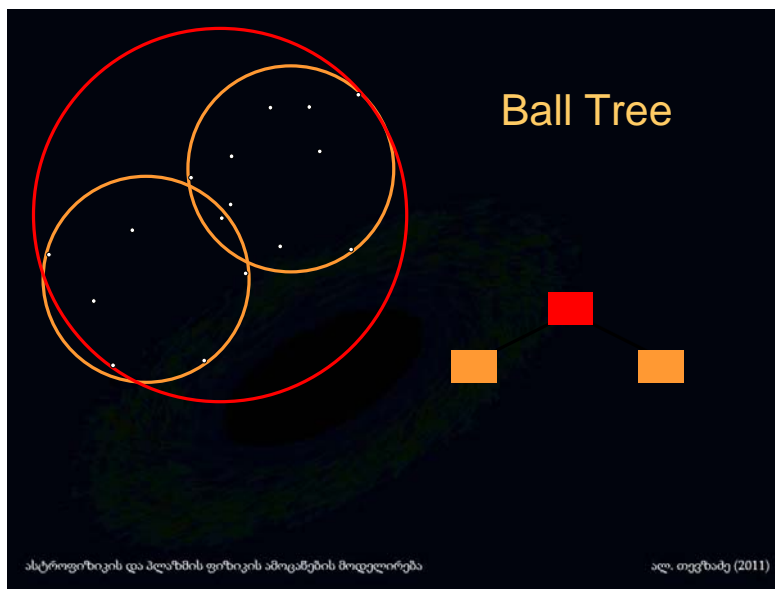
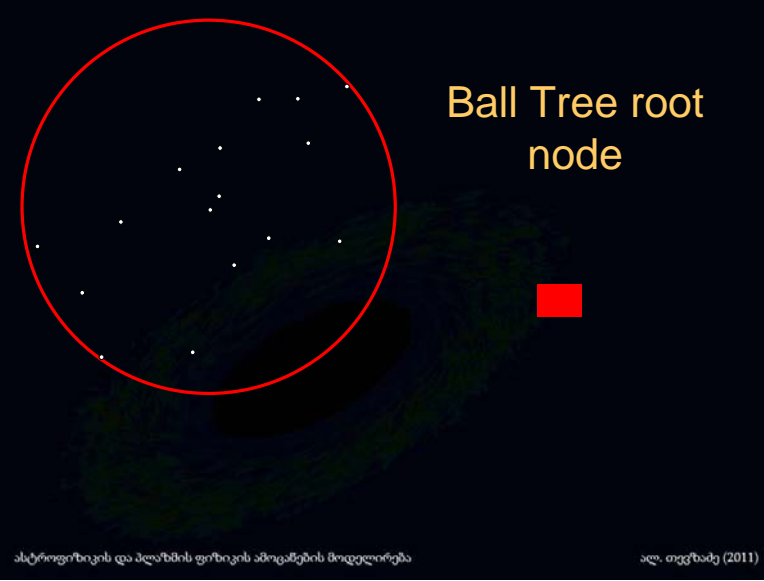


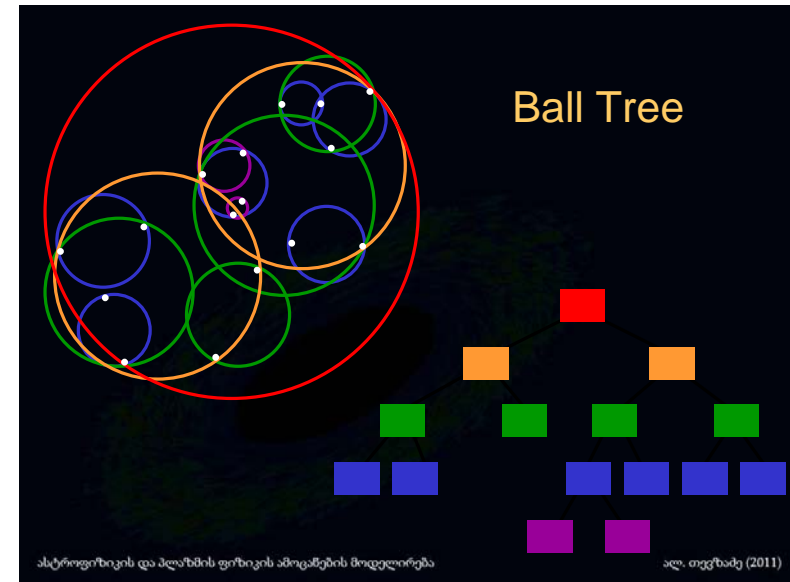
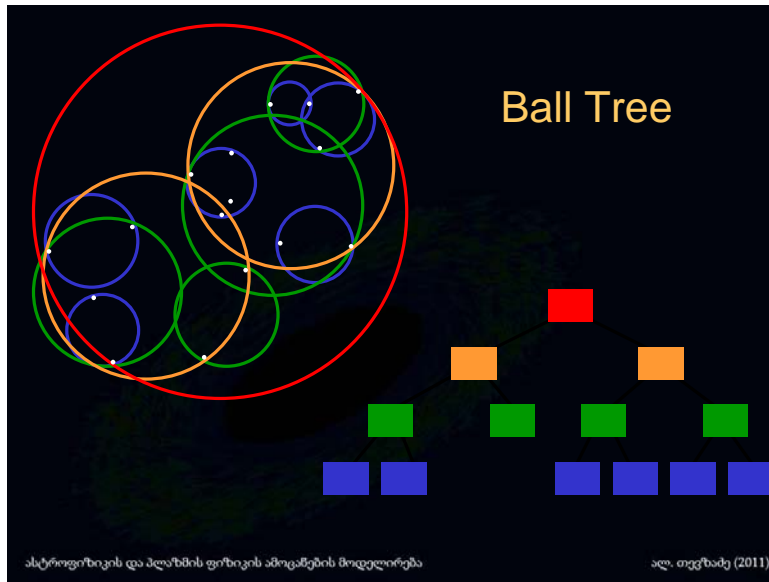
Tree Code (TC)

Different Hierarchic Trees
(Top up, Top down)

Barnes-Hut – Quadratees (corners!)

Ball Tree – Ball Tree





Tree Code (TC)

- + Flexible (Gridless)
- + $O(N \log N)$
- Memory (Store Trees)
- Accuracy (0-th order FFM)

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება
ალ. თევზაძე (2011)

Cell-Cell, Fast Multipole Method (FMM)

Particle / Tree code Hierarchy / Potential Field

Expand Potential Field into Multipoles

Monopoles – R_1
 Dipoles – R_2
 Quadrupoles – R_3

$$R_1 > R_2 > R_3$$

ასტროფიზიკის და პლანეტის ფიზიკის ამოცანების მოდელირება
ალ. თევზაძე (2011)

Cell-Cell, Fast Multipole Method (FMM)

- + Faster than Barnes Hut (given accuracy)
- + $O(N)$?
- + Better on Charged Particles

- Collisional Systems

123

-

end

www.tevza.org/home/course/modelling-II_2011