

თ. ერქომაიშვილი, გ. ერქომაიშვილი

ელექტრობა და მაგნეტიზმი

თსუ 2006

წინამდებარე ნაშრომი წარმოადგენს სალექციო კურსს ელექტრობასა და მაგნეტიზმში უნივერსიტეტის არაფიზიკური მიმართულების სპეციალობის სტუდენტებისათვის. კურსი დაწერილია იმ ლექციების საფუძველზე, რომლებსაც ერთ-ერთი ავტორი წლების განმავლობაში კითხულობდა ამჟამად ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტზე არაფიზიკური მიმართულების სპეციალობის სტუდენტთათვის.

ნაშრომში განხილულია მხოლოდ ძირითადი თეორიული და სემინარებზე განსახილველი საკითხები.

რედაქტორი: დოც. ი.პაპავა
რეცენზენტები: დოც. ო.ხარშილაძე
დოც. მ.ბაჯელიძე

თავი 1. ელექტროსტატიკური ველი ვაკუუმში	5
§ 1. ცნება ელექტრული მუხტისა და ელექტროსტატიკური ველის შესახებ.	5
1. ელექტროსტატიკური ველი.	5
2. ელექტრული მუხტი	5
3. მუხტის სიმკვრივე	6
4. კულონის კანონი	6
§ 2. ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობა.	7
1. დაძაბულობა	7
2. სუპერპოზიციის პრინციპი	8
3. დაძაბულობის წირები	8
4. დაძაბულობის ნაკადი	9
5. გაუსის თეორემა	10
6. თანაბრად დამუხტული უსასრულო სიბრტყის ველი	12
7. თანაბრად დამუხტული ორი უსასრულო პარალელური სიბრტყის ველი	13
8. სფერული სიმეტრიით განაწილებული მუხტის ველი	13
9. გაუსის თეორემა დიფერენციალური სახით	14
§ 3. პოტენციალი	15
1. ელექტროსტატიკურ ველში მუხტის გადატანისას შესრულებული მუშაობა	15
2. თეორემა ცირკულაციის შესახებ	16
3. პოტენციალი	16
4. წერტილოვანი მუხტის პოტენციალი	16
5. პოტენციალთა სხვაობა	17
6. კავშირი დაძაბულობის ვექტორსა და პოტენციალს შორის	17
7. კავშირი ველის ძალწირებსა და პოტენციალს შორის. ეკვიპოტენციური ზედაპირები	18
8. ელექტროსტატიკური ველის განტოლებები ვაკუუმში	18
თავი II. ელექტროსტატიკური ველი და ნივთიერება	18
§ 4. გამტარები ელექტროსტატიკურ ველში.	18
1. შესავალი	18
2. მუხტის წონასწორობის პირობები გამტარზე	19
3. ელექტროტევადობა	21
4. კონდენსატორები	21
5. ელექტრული ველის ენერგია	23
§ 5. დიელექტრიკები ელექტროსტატიკურ ველში	24
1. ელექტრული დიპოლი	24
2. დიპოლი გარე ელექტრულ ველში	24
3. ზოგადი წარმოდგენები დიელექტრიკების აგებულების შესახებ	25
4. დიელექტრიკების პოლარიზაცია	25
5. კავშირი პოლარიზაციის ვექტორსა და პოლარიზაციულ მუხტებს შორის	27
§ 6. ელექტროსტატიკური ველი ნივთიერებაში	29
1. გაუსის თეორემა დიელექტრიკის არსებობის დროს	29
2. წანაცვლების ვექტორის თვისებები	30
თავი III. მუდმივი მაგნიტური ველი	31
§ 7. მაგნიტური ინდუქციის ვექტორი	31
1. დენის ელემენტი	31
2. მაგნიტური ინდუქციის ვექტორი	31

3. სუპერპოზიციის პრინციპი-----	33
4. დენის ელემენტის მაგნიტური ველი-----	33
5. წრფივი დენიანი გამტარის მაგნიტური ველი-----	34
6. წრიული დენიანი გამტარის მაგნიტური ველი-----	35
7. მუდმივი მაგნიტური ველის განტოლებები ვაკუუმში ინტეგრალური სახით-----	36
8. უსასრულო გრძელი სოლენოიდის ველი-----	37
§ 8. მაგნიტურ ველში მოქმედი ძალები-----	38
1. წრფივი დენიანი გამტარების ურთიერთქმედება-----	38
2. მაგნიტური ველის მოქმედება დენიან კოტურზე-----	38
3. ლორენცის ძალა-----	39
4. მუხტის მოძრაობა მაგნიტურ ველში-----	41
თავი IV მაგნიტური ველი და ნივთიერება-----	42
§ 9. მაგნიტური ველი ნივთიერებაში-----	42
1. ნივთიერების დამაგნიტება-----	42
2. მოლეკულური დენების კავშირი დამაგნიტების ვექტორთან-----	43
3. მუდმივი მაგნიტური ველის განტოლებები ნივთიერებაში. მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორი-----	44
§ 10. დამაგნიტების სახეები და მაგნეტიკების კლასიფიკაცია-----	45
1. დიამაგნეტიზმი-----	45
2. პარამაგნეტიზმი-----	48
3. ფერომაგნეტიზმი-----	49
თავი V. ელექტრული დენის კანონები-----	51
§ 11. მუდმივი ელექტრული დენი-----	51
1. დენის ძალა და სიმკვრივე-----	52
2. ელექტრომამოძრავებელი ძალა და ძაბვა-----	53
3. მუდმივი დენის კანონები-----	54
4. ომისა და ჯოულ-ლენცის კანონების დიფერენციალური სახე-----	55
5. კირხჰოფის წესები მუდმივი დენის განშტოებული წრედებისათვის--	55
6. ელექტრომაგნიტური ინდუქციის კანონი-----	56
7. მაგნიტური ველის ენერჯია-----	57
§ 12. ელექტრული რხევები-----	58
1. თავისუფალი ელექტრული რხევები-----	58
2. იძულებითი ელექტრული რხევები-----	60
3. რეზონანსის მოვლენა-----	61
4. ცვლადი დენის მიღება-----	62
თავი VI ელექტრომაგნიტური ველი-----	63
§13. მაქსველის თეორია-----	63
1. მაქსველის პირველი დებულება-----	63
2. მაქსველის მეორე დებულება-----	63
3. ელექტრომაგნიტური ველის განტოლებათა სისტემა (მაქსველის განტოლებები)-----	65
§ 14. ელექტრომაგნიტური ტალღები-----	66
1. ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა-----	66
2. ელექტრომაგნიტური ტალღის ენერჯია-----	68

თავი 1

ელექტროსტატიკური ველი ვაკუუმში

§ 1. ცნება ელექტრული მუხტისა და ელექტროსტატიკური ველის შესახებ.

1. ელექტროსტატიკური ველი. სკოლის ფიზიკის კურსიდან ცნობილია, რომ ამა თუ იმ ხერხით (მაგალითად ხახუნით) დაელექტრობული სხეულები ურთიერთქმედებენ ერთიმეორესთან. ამ ურთიერთქმედების აღწერისათვის შემოტანილია ცნება ელექტრული ველის შესახებ. მტკიცდება, რომ დამუხტული სხეული სივრცეში ქმნის ელექტრულ ველს, რომელიც მოქმედებს ამ ველში მოთავსებულ დამუხტულ სხეულზე. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, დამუხტულ სხეულებს შორის ურთიერთქმედება ელექტრული ველის მეშვეობით ხორციელდება. უძრავი მუხტების მიერ შექმნილ ველს ელექტროსტატიკური ველი ეწოდება. ამ თავის ძირითადი მიზანია შევისწავლოთ ელექტროსტატიკური ველის ის ძირითადი თვისებები, რომლებიც არ არიან დამოკიდებული ნივთიერების განსაკუთრებულ ელექტრულ თვისებებზე. ამისათვის აუცილებელია ჯერ ერთი შემოვიღოთ ელექტრულ ველში დამუხტული ნაწილაკების დამახასიათებელი სიდიდეები და მეორე – დავადგინოთ კანონები, რომლებიც აკავშირებენ ამ სიდიდეებს.

2. ელექტრული მუხტი. ელექტროსტატიკური ურთიერთქმედების შესწავლა გვარწმუნებს იმაში, რომ დაელექტრობული სხეული შეიძლება დახასიათდეს სკალარული ფიზიკური სიდიდით – ელექტრული მუხტით. **ელექტრული მუხტი განსაზღვრავს ელექტრომაგნიტური ურთიერთქმედების ინტენსივობას** (მსგავსად m მასისა, რომელიც მსოფლიო მიზიდულობის კანონში განსაზღვრავს გრავიტაციული ურთიერთქმედების ინტენსივობას). ამაში შეიძლება დავრწმუნდეთ შემდეგი მოვლენის განხილვით. რომელიმე ელექტროსტატიკური ველის ერთი და იმავე წერტილში რიგრიგობით მოვათავსოთ დამუხტული სხეულები და განვსაზღვროთ ველის მხრიდან მათზე მოქმედი ძალები. თუ ამ დროს სხეულთა ზომები, რომლებიც შეტანილია ველში, ბევრად ნაკლებია ცხეულთა შორის მანძილზე, მაშინ ცდა გვიჩვენებს, რომ აღძრული ძალები ერთი წრფის გასწვრივ მოქმედებენ, ერთ ჯგუფ სხეულებზე ერთი მიმართულებით, ხოლო მეორეზე – საპირისპირო მიმართულებით. ამის შესაბამისად ყველა დამუხტული სხეული იყოფა ორ ჯგუფად და ბუნებრივად ხასიათდებიან საპირისპირო ნიშნის მქონე მუხტით.

ერთეულთა საერთაშორისო სისტემაში (SI) ძირითად ელექტრულ ერთეულად მიღებულია დენის ძალა 1 ამპერი, ხოლო მუხტის ერთეული 1 კულონი არის ის მუხტი, რომელიც გადის ერთ წამში გამტარის განივკვეთში, რომელშიც გადის ერთი ამპერის ტოლი დენის ძალა.

ამჟამად კარგად არის ცნობილი, რომ სხეულთა მუხტი განპირობებულია ატომებში შემავალი ელემენტარული ნაწილაკების ელექტრული მუხტით: დადებითად დამუხტული პროტონებით და უარყოფითად დამუხტული ელექტრონებით. დამუხტულ ელემენტარულ ნაწილაკებს გააჩნიათ ელექტრული მუხტი, რომლის აბსოლუტური სიდიდე $e=1,6 \cdot 10^{-19}$ კ არის ბუნებაში არსებული მუხტის მინიმალური მნიშვნელობა. სხეულის სრული მუხტი ტოლი იქნება $q=eN_p+(-e)N_e$, სადაც N_p არის პროტონების რაოდენობა, ხოლო N_e – ელექტრონების რაოდენობა. პროტონებისა და ელექტრონების ერთი და იგივე რაოდენობისას $q=0$. ელექტრონთა ნაკლებობისას ($N_e < N_p$) სხეული დამუხტული იქნება დადებითად, ხოლო მათი სიჭარბის დროს ($N_e > N_p$) უარყოფითად. ამრიგად სხეულის მუხტი ყოველთვის ელემენტარული მუხტის ჯერადია ანუ დისკრეტულია. მაგრამ უძრავდეს ამოცანებში მაკროსკოპული სხეულების მუხტი ისეთი სიზუსტით განისაზღვრება, რომელიც ბევრად აღემატება ელემენტარული მუხტის სიდიდეს. ასე, რომ სავესებით შესაძლებელია, რომ მუხტი განვიხილოთ, როგორც უწყვეტი ცვლადი სიდიდე.

3. მუხტის სიმკვრივე. იმისათვის, რომ აღწეროთ მუხტის განაწილება სივრცეში შემოვიტანოთ მუხტის სიმკვრივის ცნება. სივრცის მცირე ΔV მოცულობაში განაწილებული Δq მუხტის ρ სიმკვრივე ეწოდება ამ მუხტის შეფარდებას მოცულობასთან $\rho = \Delta q / \Delta V$

ე.ი. მუხტის სიმკვრივე რიცხობრივად უდრის მუხტის სიდიდეს მოცულობის ერთეულში. შევნიშნოთ, რომ თუ ზემოთ მოყვანილ გამოსახულებაში გადავალთ ზღვარზე, როდესაც $V \rightarrow 0$, მივიღებთ ნამდვილ ანუ მუხტის მიკროსკოპულ სიმკვრივეს, რომელიც საკმაოდ რთული სახით იცვლება ნივთიერების შიგნით ერთი წერტილიდან მეორეში გადასვლის დროს, რადგანაც ის უნდა “გრძნობდეს” მუხტის განაწილებას ატომებში და მოლეკულებში. შემდეგში განვიხილავთ მხოლოდ მაკროსკოპულ სიმკვრივეს ანუ სიმკვრივეს გასაშუალებულს სივრცის ისეთ ნაწილში, რომელიც მაკროსკოპული ზომებით მართალია მცირეა, მაგრამ შეიცავს ატომების საკმაოდ დიდ რაოდენობას (სივრცის ნაწილის ზომა $\gg 10^{-10}$ მ; ეს არის ატომებისა და მარტივი მოლეკულების მახასიათებელი ზომა). სახელდობრ ასეთი მაკროსკოპული უსასრულო მცირე მოცულობა (აგრეთვე ΔS ზედაპირი, Δl მონაკვეთი) გვექნება მხედველობაში, როდესაც საუბარი გვექნება ნივთიერების მაკროსკოპული მახასიათებლების შესახებ.

თუ ცნობილია მუხტის სიმკვრივე, როგორც კოორდინატების ფუნქცია, შეიძლება ვიპოვოთ ნებისმიერ V მოცულობაში მოთავსებული მუხტი. ამ მიზნით სივრცის განსახილველი არე დავეოთ მცირე უჯრედებად. სივრცის x, y, z კოორდინატების მქონე წერტილის მახლობლად შერჩეული უჯრედის ΔV მოცულობაში განაწილებული მუხტი Δq შეიძლება განისაზღვროს ასე $\Delta q = \rho(x, y, z) \Delta V$. აქედან, როდესაც $\Delta V \rightarrow 0$ მივიღებთ:

$$q = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} \sum_i \rho_i \Delta V_i = \int_V \rho dV \quad (1.1)$$

სადაც ρ_i არის მუხტის საშუალო სიმკვრივე ΔV_i მოცულობის ელემენტში.

მთელ რიგ შემთხვევებში მუხტი თავმოყრილია რაიმე ზედაპირის მიკროსკოპულ თხელ ფენაში (მაგალითად, გამტარის ზედაპირის ახლოს ელექტროსტატიკური წონასწორობის მდგომარეობის დროს). მაკროსკოპული განხილვის დროს ასეთი ფენის სისქე შეიძლება უგულვებლყოთ და დაგუშვათ, რომ მუხტი ზედაპირზეა განაწილებული. მუხტის ასეთი განაწილება ხასიათდება მუხტის ზედაპირული სიმკვრივით, რომელიც წარმოადგენს ზედაპირის მაკროსკოპული უსასრულო მცირე უბნის Δq მუხტის შეფარდებას ამ უბნის ΔS ფართობთან: $\sigma = \Delta q / \Delta S$. ამრიგად მუხტის ზედაპირული სიმკვრივე რიცხობრივად უდრის ზედაპირის ფართის ერთეულზე არსებული მუხტის სიდიდეს. (1.1)-ის ანალოგიურად მივიღებთ

$$q = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \sum_i \sigma_i \Delta S_i = \int_S \sigma dS \quad (1.2)$$

ზოგიერთ ამოცანაში, როდესაც მუხტი წაგრძელებული ფორმის სხეულზეა (ძაფი, ცილინდრი) განაწილებული, მოსახერხებელია გამოვიყენოთ მუხტის წირითი სიმკვრივე: $\gamma = \Delta q / \Delta l$, სადაც Δl არის მოცემული სხეულის სიგრძის მცირე Δl უბანზე მოსული მუხტი. ე.ი.

$$q = \int_L \gamma dl \quad (1.3)$$

4. კულონის კანონი. ელექტრობის შექმნისა და ჩამოყალიბების გამოსავალ წერტილად ითვლება პირველად კულონის მიერ ექსპერიმენტულად აღმოჩენილი კანონი ორი წერტილოვანი მუხტის ურთიერთქმედების შესახებ, ანუ ისეთი დამუხტული სხეულებისა, რომელთა ზომები გაცილებით ნაკლებია სხეულებს შორის მანძილზე. ამ კანონის თანახმად წერტილოვან მუხტებს შორის ურთიერთქმედების ძალები აკმაყოფილებენ ნიუტონის მესამე კანონს (ეს ძალები მუხტების შემაერთებელი წრფის გასწვრივ არიან მიმართული, სიდიდით ტოლია და საპირისპირო მიმართულება აქვთ), ხოლო მათი სიდიდე q_1 და q_2 მუხტების ნამრავლის პირდაპირპროპორციულია და მათ შორის r მანძილის კვადრატის უკუპროპორციული:

$$\mathbf{F} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} \cdot \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \quad (1.4)$$

პროპორციულობის კოეფიციენტი k დამოკიდებულია ერთეულთა საერთაშორისო სისტემაზე და განისაზღვრება ცდით. SI სისტემაში ის ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$k=1/4\pi\epsilon_0 \quad (1.5)$$

k –ს ფიზიკური არსი მდგომარეობს შემდეგში: იგი რიცხობრივად უდრის ვაკუუმში ორ წერტილოვან მუხტს შორის ურთიერთქმედების ძალას როდესაც მანძილი მათ შორის 1 მ–ის ტოლია. $k=9\cdot 10^9$ ნ·მ²/კ². ϵ_0 სიდიდეს ეწოდება ელექტრული მუდმივა.

§2. ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობა.

1. დაძაბულობა. დაძაბულობის ვექტორი არის ელექტრული ველის ძირითადი მახასიათებელი. განვიხილოთ უძრავი q წერტილოვანი მუხტის ურთიერთქმედება q_0 სასინჯ მუხტთან, რომელიც მოთავსებულია ველის სხვადასხვა წერტილში. q_0 -ის მდებარეობა დავახასიათოთ r რადიუს-ვექტორით, რომელიც გავლებული იქნება q მუხტიდან. მაშინ კულონის კანონი (1.4) გადაიწერება შემდეგნაირად:

$$\mathbf{F} = k \frac{q_0 q}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (1.6)$$

სასინჯი მუხტი უნდა აკმაყოფილებდეს ორ პირობას: ჯერ ერთი მისი გეომეტრიული ზომები უნდა იყოს საკმარის მცირე, რადგან გვაინტერესებს სივრცის განსაზღვრულ წერტილში მოქმედი ძალა და მეორე მისი მოდულიც აგრეთვე უნდა იყოს მცირე, ვინაიდან წინააღმდეგ შემთხვევაში თვითონ სასინჯი მუხტის ველმა შეიძლება გამოიწვიოს q მუხტის მიერ წარმოქმნილი ველის ისეთი ცვლილება, რომ შეუძლებელი იქნება ველის ზუსტი დახასიათება. ამისათვის საჭიროა (1.6) გავყოთ q_0 -ზე. მივიღებთ:

$$\frac{\mathbf{F}}{q_0} = k \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (1.7)$$

თვითონ \mathbf{F} ძალა ვერ იქნება ველის მახასიათებელი, რადგან ის დამოკიდებულია ველში შეტანილ q_0 მუხტის სიდიდეზე. (1.7) ტოლობის არც მარცხენა და არც მარჯვენა მხარე არ არის დამოკიდებული q_0 -ზე, ამიტომ შეგვიძლია ის მივიჩნიოთ ველის მახასიათებლად. (1.7) ორივე მხარე აღვნიშნოთ \mathbf{E} -თი. მას ელექტრული ველის დაძაბულობის ვექტორი ეწოდება.

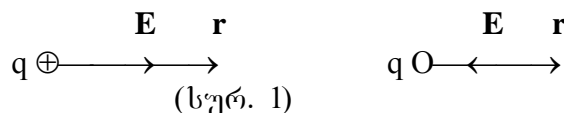
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \quad (1.8)$$

და

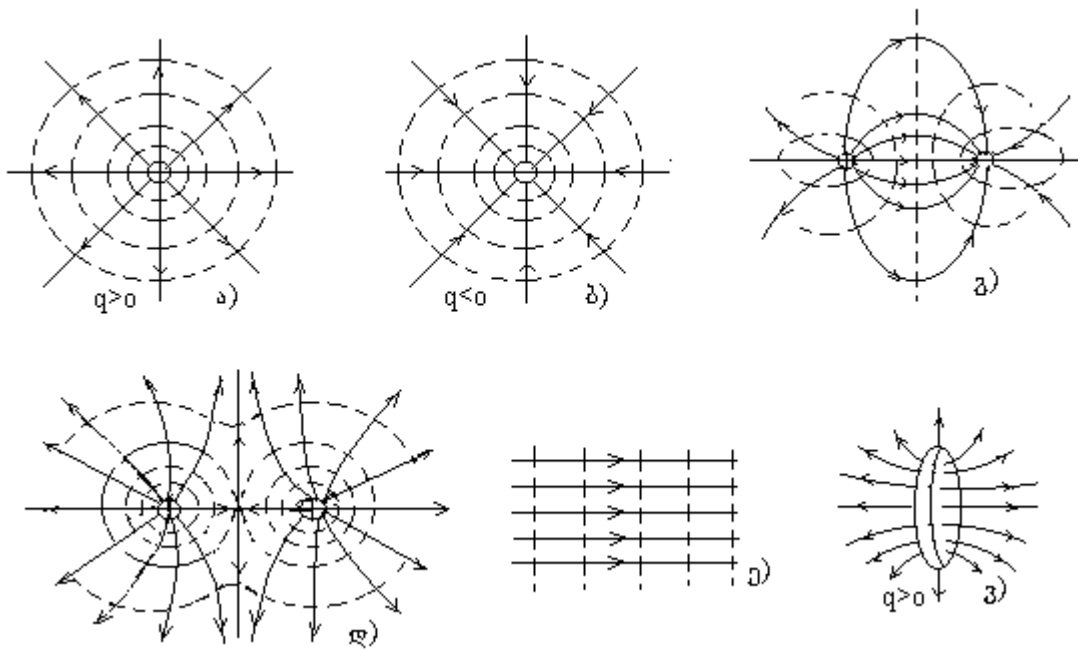
$$\mathbf{E} = k \frac{q}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (1.9)$$

(1.8)-დან განისაზღვრება \mathbf{E} -ს ფიზიკური შინაარსი. ელექტრული ველის დაძაბულობის ვექტორი რიცხობრივად უდრის ერთეულოვან სასინჯ მუხტზე მოქმედ ძალას. გარდა ამისა (1.9)-დან ნათლად ჩანს, რომ \mathbf{E} ვექტორი დამოკიდებულია სივრცეში წერტილის შერჩევაზე და იმ მუხტების განაწილებაზე სივრცეში, რომლებიც ქმნიან ველს. SI სისტემაში დაძაბულობის ერთეულად მიღებულია 1 ნ/კ.

მთელ რიგ ამოცანებში უნდა ვიცოდეთ თუ როგორ უნდა გამოვიანგარიშოთ ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობა სივრცეში მოცემული მუხტების განაწილების მიხედვით. (1.9) ფორმულით განისაზღვრება წერტილოვანი მუხტის მიერ შექმნილი დაძაბულობა ამ მუხტიდან r მანძილზე. ამავე გამოსახულებიდან ჩანს, რომ როცა $q > 0$ დაძაბულობის \mathbf{E} ვექტორი მიმართული იქნება \mathbf{r} ვექტორის გასწვრივ, ხოლო როცა $q < 0$ დაძაბულობის \mathbf{E} ვექტორი მიმართული იქნება \mathbf{r} ვექტორის საპირისპიროდ ანუ q მუხტისკენ (სურ. 1).



მუხტთა სხვადასხვა სისტემებისთვის ველის განაწილება მე-2 სურათზეა მოცემული.



(სურ. 2)

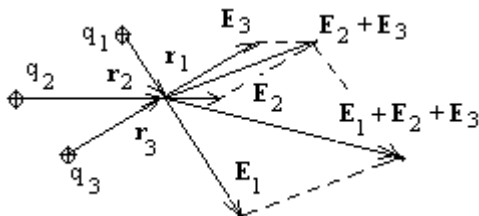
2. სუპერპოზიციის პრინციპი. ერთ-ერთ ფუნდამენტურ ცდისეულ ფაქტს წარმოადგენს ის, რომ ელექტროსტატიკური ველისათვის ადგილი აქვს სუპერპოზიციის პრინციპს ანუ ზედდების პრინციპს, რომლის მიხედვითაც მუხტების ნებისმიერი სისტემის მიერ შექმნილი ველის დაძაბულობა უდრის იმ ველების დაძაბულობების ვექტორულ ჯამს, რომლებსაც ქმნიან განსახილველ წერტილში ამ სისტემის თითოეული მუხტი ცალ-ცალკე

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i \quad (1.10)$$

აქ \mathbf{E}_i არის სისტემის i -ური მუხტის ველის დაძაბულობა. სუპერპოზიციის პრინციპი საშუალებას იძლევა თეორიულად გამოვიანგარიშოთ ველის დაძაბულობა სივრცეში მუხტის მოცემული ნებისმიერი განაწილების დროს. მართლაც დამუხტულ სხეულთა ნებისმიერი სისტემა შეიძლება წარმოვიდგინოთ როგორც წერტილოვანი მუხტების ერთობლიობა. ცალკეული q_i -ური მუხტი (1.9) ფორმულის თანახმად ქმნის საკუთარ ველს, ასე რომ სუპერპოზიციის პრინციპის თანახმად:

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n k \cdot \frac{q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i \quad (1.11)$$

როგორც ეს (სურ. 3) სამი წერტილოვანი მუხტისათვის არის გამოსახული



სურ. 3



სურ. 4

3. დაძაბულობის წირები. როდესაც რომელიმე ვექტორული სიდიდე განსაზღვრულია სივრცის ან სივრცის ნაწილის ყოველ წერტილში ამბობენ, რომ მოცემულია ვექტორული ველი. ვექტორული ველის თვალსაჩინო სურათს მივიღებთ, თუ ველის მახასიათებელ წირებს ისე გავავლებთ, რომ ვექტორის მიმართულება ყოველ წერტილში დაემთხვეს ამ წირების მიმართ გავლებულ მხების მიმართულებას (სურ. 4). შევთანხმდეთ, ვექტორული ველის წირები გავავლოთ ისეთი სიხშირით, რომ წირების სიმკვრივე (ანუ ერთეულოვან

ფართობში მართობულად გავლილი წირების რაოდენობა) ყოველ წერტილში ტოლი აღმოჩნდეს, ერთი და იგივე მამრავლის სიზუსტით, ამ წერტილში გაზომილი \mathbf{E} ვექტორის აბსოლუტური სიდიდისა. ამ პირობის შესრულება საშუალებას გვაძლევს სურათის მიხედვით ვიმსჯელოთ ვექტორული ველის არა მხოლოდ მიმართულების შესახებ, არამედ სიდიდის შესახებაც; იქ სადაც წირები უფრო ხშირად არიან განლაგებული \mathbf{E} ვექტორის სიდიდე მეტია და პირიქით.

ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობის ვექტორის ძალწირები შემდეგი თვისებით ხასიათდება: მათ ისე გავავლებთ, რომ დავიცავთ სიმჭიდროვის პირობას, მაშინ დამუხტული სხეულების გარეთ ისინი უწყვეტნი იქნებიან. წყვეტას განიცდიან მხოლოდ იმ წერტილებში, სადაც მუხტებია მოთავსებული, ანუ “იწყებიან” დადებით მუხტებზე და “მთავრდებიან” უარყოფითზე. (სურ. 2, ა, ბ)-ზე გამოსახულია დადებითი და უარყოფითი წერტილოვანი მუხტების, ორი სხვადასხვა ნიშნის და ორი ერთნაირი ნიშნის (სურ. 2, გ, დ) ერთი და იმავე სიდიდის წერტილოვანი მუხტების, ერთგვაროვანი ველის (სურ. 2, ე) და თანაბრად დამუხტული თხელი დისკოს (სურ. 2 ვ) ელექტროსტატიკური ველები. დაძაბულობის ვექტორის ძალწირები უწყვეტი წირებითაა გამოსახული.

4. დაძაბულობის ნაკადი. ვექტორული ველების თვისებების დასახასიათებლად შემოტანილია სკალარული სიდიდე – ვექტორის ნაკადი ფართობში. ელექტროსტატიკაში საქმე გვაქვს დაძაბულობის ვექტორის ველთან და ბუნებრივია, რომ საუბარი გვექნება დაძაბულობის ვექტორის ნაკადზე. ნაკადის განსაზღვრისათვის განვიხილოთ კერძო შემთხვევა, როდესაც ველი ერთგვაროვანია, ხოლო ზედაპირი ბრტყელი. ამ შემთხვევაში S ფართობში გამავალი დაძაბულობის \mathbf{E} ვექტორის ნაკადი N განისაზღვრება შემდეგნაირად:

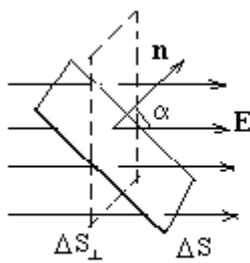
$$N = \mathbf{E}\mathbf{S} = E S \cos\alpha = E_n S, \quad (1.12)$$

სადაც α არის კუთხე \mathbf{E} ვექტორსა და S ფართობის მიმართ აღმართულ \mathbf{n} ნორმალს შორის, ხოლო $E_n = E \cos\alpha$ არის დაძაბულობის გეგმილი ნორმალზე (სურ. 5).

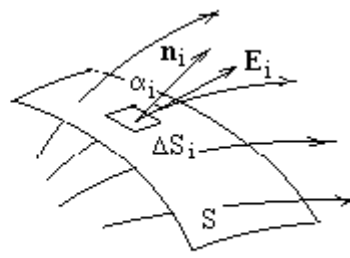
ზოგად შემთხვევაში, როდესაც არც ველია ერთგვაროვანი და არც ზედაპირია ბრტყელი, ზედაპირს დავყოფთ ისეთ მცირე უბნებად, რომ თითოეული მათგანი ბრტყელ ზედაპირად მივიჩნიოთ და ასეთი უბნის ყოველ წერტილში ველი იყოს ერთგვაროვანი. (1.12) ფორმულის თანახმად ΔS_i ელემენტარულ ფართობში გამავალი დაძაბულობის ΔN_i მცირე ნაკადისთვის მივიღებთ:

$$\Delta N_i = E^i \Delta S_i \cos\alpha_i = E_n^i \Delta S_i \quad (1.13)$$

სადაც E^i არის ველის დაძაბულობა ამ უბანზე, ხოლო α_i კუთხე E^i ვექტორსა და უბნის მიმართ აღდგენილ \mathbf{n}_i ნორმალს შორის (სურ. 5).



სურ.5

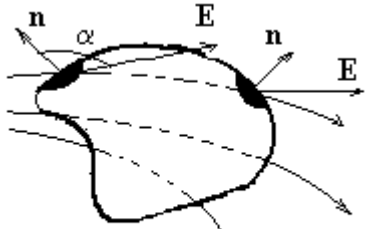


სურ.6

S ფართობში გამავალი დაძაბულობის სრული N ნაკადის მისაღებად საჭიროა შევკრიბოთ მის მცირე უბნებზე გამავალი ნაკადები და გადავიდეთ ზღვარზე, როცა $\Delta S_i \rightarrow 0$:

$$N = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i E_n^i \Delta S_i = \int_S E_n dS \quad (1.14)$$

ΔS ფართობში გამავალი დაძაბულობის მცირე ΔN ნაკადის აბსოლუტური სიდიდე რიცხობრივად უდრის ამ ფართობის გამჭოლი დაძაბულობის ძალწირების რაოდენობას. მართლაც, როგორც მე-5 სურათიდან ჩანს ΔS ფართობზე და დაძაბულობის პერპენდიკულარულ სიბრტყეზე ΔS_{\perp} გეგმილში გადის ძალწირების ერთი და იგივე რაოდენობა, სახელდობრ $E\Delta S_{\perp}$, ვინაიდან ზემოთ თქმული პირობის თანახმად ΔS_{\perp}



სურ. 7

ფართობის ერთეულოვან ზედაპირში გადის დაძაბულობის E ძალწირი. რადგან $\Delta S_{\perp} = \Delta S \cos \alpha$, მაშინ $E\Delta S_{\perp} = E\Delta S \cos \alpha = \Delta N$ რის დამტკიცებაც გვინდოდა. ნაკადის ნიშანი დამოკიდებულია კუთხეზე დაძაბულობის ვექტორსა და ზედაპირისადმი გავლებულ ნორმალს შორის. შეკრულ ზედაპირზე გამავალ ნაკადის განსაზღვრისათვის შეთანხმებით ირჩევენ ზედაპირისადმი გავლებულ გარე ნორმალს, მაშინ როგორც ეს მე-8 სურათიდან ჩანს ნაკადი იქნება დადებითი იმ უბნებზე, სადაც დაძაბულობის წირები გამოდიან ზედაპირიდან (აქ $\alpha < \pi/2$, ასე რომ $E_n > 0$, ე.ი. $\Delta N = E_n \Delta S > 0$), და უარყოფითი იქ

სადაც დაძაბულობის წირები შედიან შიგ (აქ $\alpha > \pi/2$, $E_n < 0$, $\Delta N < 0$). ამრიგად ნაკადი შეკრულ ზედაპირზე რიცხობრივად უდრის ზედაპირიდან გამოსული ძალწირების რაოდენობას გამოკლებული მასში შემავალი ძალწირების რაოდენობას.

5. გაუსის თეორემა. ელექტროსტატიკური ველისათვის ცნობილია შემდეგი ფუნდამენტური თეორემა ნაკადის შესახებ: დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი ნებისმიერ შეკრულ ზედაპირზე პროპორციულია ამ ზედაპირის შიგნით მოთავსებული მუხტების ალგებრული ჯამისა. SI სისტემაში პროპორციულობის კოეფიციენტი უდრის $1/\epsilon_0$ და გაუსის თეორემა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i \quad (1.15)$$

სადაც ინტეგრალი რგოლით აღნიშნავს იმას, რომ ის შეკრულ ზედაპირზეა აღებული. მარჯვენა მხარეს ჯამური მუხტი შეიძლება გამოვსახოთ მუხტების სიმკვრივით

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad (1.16)$$

სადაც მარჯვენა ნაწილში ინტეგრალი აღებულია S ზედაპირით შემოსაზღვრულ V მოცულობაში.

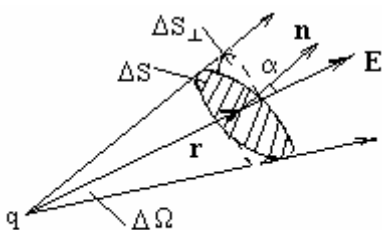
თეორემის დამტკიცება დავეოთ სამ ნაწილად.

1. თავდაპირველად დავამტკიცოთ დამხმარე დებულება: წერტილოვანი q მუხტის ველში დაძაბულობის ვექტორის ΔN ნაკადი ΔS ელემენტარულ ფართობზე განისაზღვრება ამ მუხტით და იმ სხეულოვანი $\Delta \Omega$ კუთხით, რომელშიც მოხანს ეს ფართობი q მუხტის ადგილმდებარეობის წერტილიდან (სურ. 8). სხეულოვანი კუთხე ეწოდება სივრცის იმ ნაწილს, რომელიც შემოსაზღვრულია კონუსური ზედაპირით. იგი რიცხობრივად უდრის იმ სფეროს ზედაპირის ფართობს, რომლის რადიუსის კვადრატი ერთი ერთეულის ტოლია. ამრიგად:

$$\Delta N = \pm kq \Delta \Omega \quad (1.17)$$

სადაც ნიშანი ზედაპირისადმი გავლებული ნორმალის შერჩევაზეა დამოკიდებული. სიმარტივისათვის q მუხტი ჩავთვალოთ დადებითად, ხოლო ΔS ფართობის მიმართ ნორმალი ისე შევარჩიოთ, რომ ის მახვილ α კუთხეს ადგენდეს q მუხტიდან ΔS ფართობამდე გავლებულ r რადიუს-ვექტორთან. თუ (1.13)-ში შევიტანთ წერტილოვანი მუხტის დაძაბულობის ვექტორის აბსოლუტურ მნიშვნელობას მაშინ (1.9)-დან მივიღებთ:

$$\Delta N = E\Delta S \cos \alpha = k(q/r^2) \Delta S \cos \alpha. \text{ მაგრამ } \Delta S \cos \alpha = \Delta S_{\perp}, \text{ სადაც } \Delta S_{\perp} \text{ არის } \Delta S \text{ ფართობის გეგმილი } r \text{ ვექტორის მართობ სიბრტყეში,}$$



სურ. 8

ხოლო $\Delta S/r^2 = \Delta\Omega$ (სხეულოვანი კუთხის განსაზღვრის თანახმად). ამრიგად $\Delta N = kq\Delta\Omega$. ნორმალის მიმართულების თავისუფალი შერჩევის

გათვალისწინებით ფორმულა გადადის (1.17)-ში, თანაც “+” ნიშანი შეესაბამება ნორმალის მიმართულებას q მუხტიდან,

ხოლო “-” ნიშანი ნორმალის საპირისპირო მიმართულებას.

2. ახლა დავამტკიცოთ გაუსის თეორემა q წერტილოვანი მუხტის ველისათვის, რომელიც ამ კერძო შემთხვევისთვის გამოითქმება შემდეგნაირად: დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი ნებისმიერ შეკრულ ზედაპირზე უდრის შესაბამისად q/ϵ_0 ან 0, იმისდა მიხედვით q მუხტი იმყოფება ზედაპირის შიგნით, თუ მის გარეთ.

ჩავთვალოთ, რომ ზედაპირი ამოზნექილია და დავყოთ ის მცირე უბნებად, რომელთაგან თითოეული მოქცეული იქნება შესაბამისი სხეულოვანი კუთხის საზღვრებში, რომელთა წვეროები იმ წერტილშია, სადაც იმყოფება q მუხტი (სურ.19). დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი ზედაპირის ყოველ ელემენტარულ უბანზე განისაზღვრება (1.17) ფორმულით. თუ ზედაპირი მოიცავს მუხტს (სურ.9,ა), მაშინ ამ ფორმულაში უნდა ავიღოთ “+” ნიშანი რადგანაც ზედაპირის ყველა უბანზე გარე ნორმალი q მუხტიდან არის მიმართული. თუ ავჯამავთ ნაკადებს ყველა უბანზე და გავითვალისწინებთ, რომ სრული სხეულოვანი კუთხე უდრის 4π სტერადიანს, სრული ნაკადისათვის მივიღებთ, რომ

$$N = \int dN = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int d\Omega = \frac{q}{\epsilon_0}$$

როდესაც მუხტი შეკრული ზედაპირის გარეთ იმყოფება, მაშინ ზედაპირი იყოფა წყვილ შესაბამის უბნებად, რომლებიც ერთიდაიმავე სხეულოვანი კუთხის საზღვრებშია მოქცეული (სურ. 9, ბ). ასეთ წყვილ უბნებზე ΔN ნაკადს ერთი და იგივე აბსოლუტური მნიშვნელობა აქვს, მაგრამ ნიშნით საპირისპიროა, ვინაიდან ერთ-ერთ უბანზე ნორმალი მიმართულია q მუხტისაკენ, ხოლო მეორეზე - მუხტიდან. ამიტომ შეკრების დროს მცირე ნაკადები წყვილ-წყვილად აბათილებენ ერთმეორეს და სრული ნაკადი შეკრულ ზედაპირზე აღმოჩნდება ნულის ტოლი. ამრიგად

$$N = \begin{cases} q/\epsilon_0, & \text{როდესაც ზედაპირი შიგნითაა} \\ 0, & \text{როდესაც ზედაპირი გარეთაა} \end{cases}$$

რის დამტკიცებაც გვინდოდა.

3. დაბოლოს, დავამტკიცოთ გაუსის თეორემა ზოგად შემთხვევაში, წერტილოვანი მუხტების ნებისმიერი სისტემისათვის. სუპერპოზიციის პრინციპიდან გამომდინარე, დაძაბულობის ვექტორის ნაკადი ნებისმიერ შეკრულ ზედაპირზე იშლება

თითოეული წერტილოვანი მუხტის მიერ განპირობებული ველის N ნაკადების ჯამად:

$$N = \oint E_n dS = \oint (\sum_i E_n^i) dS = \sum_i (\oint E_n^i dS) = \sum_i N_i$$

წინა პუნქტში დამტკიცებულის თანახმად S ზედაპირის გარეთ განლაგებული მუხტების მიერ შექმნილი ნაკადები N_i ნულის ტოლია, ხოლო ნაკადები, რომლებიც S ზედაპირის შიგნით მყოფი მუხტებითაა განპირობებული, შესაბამისად ტოლია q/ϵ_0 . ამრიგად

$$\oint E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i$$

სადაც მარჯვნივ მოცემულია S ზედაპირის შიგნით მოთავსებული მუხტების ალგებრული ჯამი.

მართალია გაუსის თეორემა აკავშირებს მუხტებსა და მათ მიერ შექმნილ ველს, მაგრამ საზოგადოდ ის არ იძლევა იმის საშუალებას, რომ გამოვიანგარიშოთ ველის დაძაბულობა მუხტის მოცემული განაწილებით, ვინაიდან დაძაბულობა იმყოფება ინტეგრალის ქვეშ. გამონაკლისს წარმოადგენენ სისტემები სიმეტრიულად განლაგებული მუხტებით, როდესაც ადვილი ხდება ისეთი ფორმის შეკრული ზედაპირის შერჩევა, რომ დაძაბულობის ვექტორი ყველგან მისი პერპენდიკულარულია და აბსოლუტური სიდიდით ყოველ წერტილში ერთი და იგივეა (გარდა იმ უბნებისა, რომლებზეც ნაკადი ნულის ტოლია). ამ შემთხვევაში დაძაბულობის სიდიდე $E = \pm E_n = \text{const}$ გამოდის ინტეგრალის ნიშნის გარეთ და შეიძლება იყოს განსაზღვრული.

განვიხილოთ ორი მაგალითი.

6. თანაბრად დამუხტული უსასრულო სიბრტყის ველი. განვიხილოთ $\sigma > 0$ ზედაპირული სიმკვრივით უსასრულო თანაბრად დამუხტული სიბრტყის ველი. გაუსის თეორემის გამოყენების დროს დაძაბულობის გასაგებად, შეკრული ზედაპირის კონკრეტული ფორმა ირჩევა ველის წინასწარი დასკვნების საფუძველზე, რომელიც შეიძლება გაკეთდეს გამომდინარე მუხტის სიმეტრიული განაწილებიდან. განსახილველ ამოცანაში ველის დაძაბულობა ჯერ ერთი, ერთი და იგივეა დამუხტული სიბრტყიდან ერთი და იმავე მანძილით დაშორებულ წერტილებში და მეორე – ამ სიბრტყის პერპენდიკულარულია და მიმართულია მისგან. ეს მოსაზრებები გვკარნახობენ, რომ ზედაპირი უნდა შეირჩეს სწორი ცილინდრის სახით, რომლის მსახველი დაძაბულობის ძაღწირების პარალელურია, ხოლო ფუძეები სიბრტყის ორივე მხარეს იმყოფებიან მისგან ერთნაირ d მანძილზე (სურ. 10). დაძაბულობის ნაკადი ცილინდრის გვერდით ზედაპირზე ნულის ტოლია, ვინაიდან ამ ზედაპირზე $E_n = 0$, ხოლო თითოეულ ფუძეზე ნაკადი იქნება:

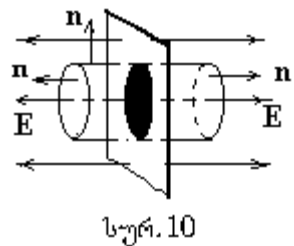
$$N = \int E_n dS = \int EdS = ES,$$

სადაც S არის ფუძის ფართობი. ცილინდრის ზედაპირზე სრული ნაკადი იქნება:

$$N = N_{\text{გვ.ზედ}} + N_{1\text{ფ}} + N_{2\text{ფ}} = 2ES.$$

ცილინდრის შიგნით მუხტი (ანუ დამუხტული სიბრტყის დამტრისულ ნაწილში განლაგებული მუხტი) უდრის σS , ასე რომ გაუსის თეორემის თანახმად $2ES = \sigma S / \epsilon_0$, საიდანაც

$$E = \sigma / 2\epsilon_0 \quad (1.18)$$

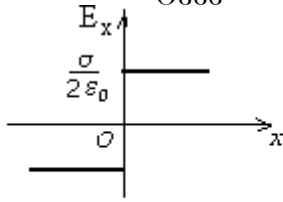


ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ დაძაბულობა არ არის დამოკიდებული წერტილის მდებარეობაზე და ამრიგად ფირფიტის ორივე მხარეს ველი ერთგვაროვანია. ცხადია, რომ უარყოფითად დამუხტული სიბრტყის ველი ($\sigma < 0$) ზემოთ განხილულისაგან განსხვავდება მხოლოდ დაძაბულობის ვექტორის მიმართულებით ანუ ფირფიტისკენ. რეალურ ამოცანებში, როგორც წესი, საქმე გვაქვს სასრული ზომის მქონე ფირფიტებთან. ასეთი თხელი ფირფიტის

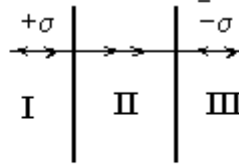
ველი, რომელსაც კვადრატის ან დისკოს ფორმა აქვს, არსებითად განსხვავდება ზემოთ განხილულისაგან (სურ. 2. ვ). მაგრამ ფირფიტის ცენტრის მახლობლად ველი პრაქტიკულად იგივეა, რაც უსასრულო სიბრტყის შემთხვევაში. ამით არის გამართლებული ფიზიკაში ისეთი აბსტრაქტული ობიექტების განხილვა, როგორიც არის “უსასრულო” სიბრტყე.

ახლა გამოვსახოთ \mathbf{E} ველის დამოკიდებულება მანძილზე, რომელიც ათვლილია მოცემული სიბრტყიდან. ამისათვის განვიხილოთ xoy კოორდინატთა სისტემა, რომლის x ღერძის სათავედ ავირჩიოთ სიბრტყის მდებარეობა, ხოლო y ღერძის გასწვრივ გადავზომოთ \mathbf{E} ვექტორის გეგმილი, მივიღებთ (სურ. 11)–ზე გამოსახულ გრაფიკს. რადგან \mathbf{E} ველი მიმართულია x ღერძის გასწვრივ, მისი გეგმილი იქნება დადებითი, ხოლო მის საპირისპიროდ – უარყოფითი. E_x - ის გრაფიკი ორივე მხარეს x ღერძის პარალელურია რაც ნიშნავს იმას, რომ უსასრულო სიბრტყის ველი მის ორივე მხარეს ერთგვაროვანია, ე.ი. არ არის დამოკიდებული სიბრტყიდან ათვლილ მანძილზე.

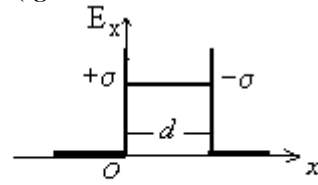
7. თანაბრად დამუხტული ორი უსასრულო პარალელური სიბრტყის ველი. მე-12 სურათზე მოცემულია ამ სიბრტყეების კვეთა ორი პარალელური ხაზით.



სურ. 11



სურ. 12

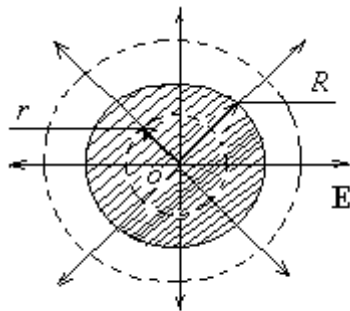


სურ. 13

დავუშვათ, რომ მარცხენა სიბრტყე დამუხტულია $+\sigma$ ზედაპირული სიმკვრივით, ხოლო მარჯვენა $-\sigma$ სიმკვრივით (სურ. 12). სურათზე მოცემულ ძალწირზე აღნიშნულია მიმართულებები, რომლებსაც ქმნის ორივე სიბრტყე სივრცის სამივე ნაწილში. I და III ნაწილებში სიბრტყეების მიერ წარმოქმნილ ველებს სხვადასხვა მიმართულება აქვთ და თუ გავითვალისწინებთ, რომ სიბრტყეები უსასრულოა, მაშინ ამ ნაწილებში \mathbf{E} ველს ერთი და იგივე მნიშვნელობა ექნება და ამრიგად ისინი გააბათილებენ ერთმანეთს. II ნაწილში ველებს ერთი და იგივე მიმართულება აქვთ და ზემოთ განხილული მაგალითის შედეგიდან გამომდინარე პირდაპირ შეგვიძლია ჩავწეროთ, რომ პარალელურ სიბრტყეებს შორის ველის დაძაბულობა ორჯერ მეტი იქნება, ვიდრე ერთი სიბრტყის შემთხვევაში ანუ

$$E = \sigma / \epsilon_0 \quad (1.19)$$

ამ შემთხვევაში შესაბამისი გრაფიკი იქნება (სურ. 13). აქ d არის მანძილი სიბრტყეებს შორის. როგორც ვხედავთ ამ შემთხვევაშიც ველი სიბრტყეებს შორის ერთგვაროვანია.



სურ. 14

8. სფერული სიმეტრიით განაწილებული მუხტის ველი.

დავუშვათ, რომ q მუხტი სფერული სიმეტრიით არის განაწილებული R რადიუსიანი სფეროს შიგნით ისე, რომ მუხტის სიმკვრივე ρ ყველგან ერთნაირია. სიმარტივისათვის დავუშვათ, რომ მუხტი დადებითია ($\rho > 0$). ამოცანის სიმეტრიიდან გამომდინარე, შეიძლება დავასკვნათ, რომ ველის დაძაბულობა ნებისმიერ წერტილში მიმართულია რადიუსის გასწვრივ და სფეროს ცენტრიდან ერთი და იგივე მანძილით დაშორებულ ყველა წერტილში ერთნაირი სიდიდე

აქვს (სურ.14). ამრიგად, $E_n = E = \text{const}$ ნებისმიერ r რადიუსიან სფერულ ზედაპირზე, რომლის ცენტრი O წერტილშია, ხოლო დაძაბულობის ნაკადი გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\oint_S E_n(r) dS = \oint_S E(r) dS = E(r) \oint_S dS = E(r) 4\pi r^2$$

თუ გამოვიყენებთ გაუსის თეორემას $r > R$ რადიუსის სფერული ზედაპირისათვის (სურათზე ის მეტი რადიუსის წყვეტილი წრეწირით არის გამოსახული) და გავითვალისწინებთ, რომ მის შიგნით მოქცეულია მთელი სისტემის q მუხტი, მივიღებთ: $E(r) 4\pi r^2 = q / \epsilon_0$ საიდანაც

$$E(r > R) = kq / r^2 \quad (1.20)$$

ამრიგად მივიღებთ, რომ ველი მოცემული სფეროს გარეთ იგივეა, რაც სისტემის სიმეტრიის ცენტრში მოთავსებული q წერტილოვანი მუხტის ველი.

ახლა, თუ გამოვიყენებთ გაუსის თეორემას $r < R$ რადიუსის სფერული ზედაპირისათვის (სურათზე ის ნაკლები რადიუსის წყვეტილი წრეწირით არის გამოსახული), მივიღებთ $E(r) 4\pi r^2 = q(r) / \epsilon_0$, სადაც $q(r)$ არის ამ სფეროს შიგნით მყოფი მუხტი. აქედან ვღებულობთ

$$E(r < R) = k q(r) / r^2 \quad (1.21)$$

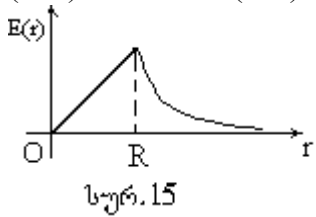
ამრიგად სისტემის შიდა წერტილებში ველი განისაზღვრება იმ მუხტით, რომელიც განაწილებულია დაკვირვების წერტილზე გამავალი სფეროს შიგნით და ამავე დროს არ არის დამოკიდებული ამ სფეროს გარეთ განლაგებულ მუხტებზე. $E(r)$ ფუნქციის სახე

არსებითად არის დამოკიდებული მუხტის განაწილებაზე სისტემის შიგნით, რადგან ამ განაწილებაზეა დამოკიდებული $q(r)$. როგორ არის დამოკიდებული $q(r)$ სფეროს q მუხტზე? მუხტის მოცულობითი სიმკვრივე $\rho = q / [(4/3)\pi R^3]$. ამრიგად $q(r) = \rho (4/3)\pi r^3$ ე.ი.

$$q(r) = \rho r^3 / R^3 \quad (1.22)$$

(1.22)-ის ჩასმა (1.21)-ში მოგვცემს

$$\mathbf{E}(r) = k \frac{q}{R^3} \cdot \mathbf{r} \quad (1.23)$$



სურ.15

მივიღეთ, რომ სფეროს შიგნით ველი პირდაპირპროპორციულია 0 ცენტრიდან გავლებული \mathbf{r} რადიუს-ვექტორისა. მთლიანად \mathbf{E} ველის დამოკიდებულება მანძილზე სფეროს შიგნით და მის გარეთ შეიძლება გამოვსახოთ გრაფიკულად (სურ.15). სფეროს ზედაპირზე

$E = kq/R^2$. ველის მნიშვნელობა სფეროს შიგნით შეიძლება გამოვსახოთ მუხტის სიმკვრივით

$$\mathbf{E}(r < R) = (\rho / 3\epsilon_0) \mathbf{r} \quad (1.24)$$

9. გაუსის თეორემა დიფერენციალური სახით. ინტეგრალური სახით წარმოდგენილ გაუსის თეორემას (1.16) არალოკალური ხასიათი აქვს, რადგანაც მასში ფიგურირებენ ფიზიკური სიდიდეების მნიშვნელობები სივრცის სხვადასხვა წერტილში: E_n —არჩეული ზედაპირის ყოველ წერტილში, ρ —ამ ზედაპირის მიერ შემოსაზღვრული მოცულობის ყოველ წერტილში. წერტილში ზღვარზე გადასვლით მივიღებთ გაუსის თეორემას დიფერენციალური სახით ანუ დიფერენციალურ განტოლებას, რომელიც დააკავშირებს სივრცის ერთი და იმავე წერტილში ფიზიკური სიდიდეების მნიშვნელობებს, სახელდობრ მუხტის სიმკვრივესა და დაძაბულობის წარმოებულებს კოორდინატებით.

ამისათვის გამოვიყენოთ ე.წ. გაუს-ოსტროგრადსკის თეორემა: რაიმე, ჩვენ შემთხვევაში, \mathbf{E} ვექტორის ნაკადი შეკრულ ზედაპირზე უდრის ამ ვექტორის დივერგენციას იმ მოცულობაში, რომელიც შემოსაზღვრულია მოცემული ზედაპირით. ანუ

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \int_V \text{div} \mathbf{E} dV \quad (1.25)$$

აქ

$$\text{div} \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \nabla \mathbf{E}$$

სადაც

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

არის გრადიენტი ანუ ნაბლა ოპერატორი. \mathbf{E} ვექტორის გეგმილთა კოორდინატების ჯამს დივერგენცია ეწოდება და წარმოადგენს \mathbf{E} ვექტორის შესაბამისი ძალწირების გაშლას მოცულობაში. მეორეს მხრივ დივერგენცია არის ნაბლა ოპერატორის სკალარული ნამრავლი \mathbf{E} ვექტორზე. ორი ვექტორის სკალარული ნამრავლის განმარტებიდან

$$\nabla E = \nabla_x E_x + \nabla_y E_y + \nabla_z E_z = \frac{\partial}{\partial x} E_x + \frac{\partial}{\partial y} E_y + \frac{\partial}{\partial z} E_z$$

ახლა (1.25) ჩავსვათ (1.16)–ში მივიღებთ:

$$\int \text{div} \mathbf{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \quad \text{ან} \quad \int (\text{div} \mathbf{E} - \frac{\rho}{\epsilon_0}) dV = 0$$

რადგან

ინტეგრალი ნებისმიერი მოცულობისთვის ნულის ტოლია, ამიტომ ინტეგრალქვეშა გამოსახულებაც ნულის ტოლი იქნება. საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\text{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.26)$$

ამრიგად მივიღეთ გაუსის თეორემა ჩაწერილი დიფერენციალური სახით.

§ 3. პოტენციალი

1. ელექტროსტატიკურ ველში მუხტის გადატანისას შესრულებული მუშაობა.

ელექტროსტატიკურ ველში სასინჯი მუხტის გადატანისას ელექტროსტატიკური ძალები ასრულებენ მუშაობას. გავიხსენოთ, რომ სხეულზე \mathbf{F} ძალის მოქმედების შედეგად Δl მცირე გადაადგილების დროს შესრულებული მუშაობა $\Delta A = F\Delta l \cos\alpha = F_l \Delta l$, სადაც α არის კუთხე ძალის მიმართულებასა და გადაადგილებას შორის, ხოლო $F_l = F \cos\alpha$ არის ძალის გეგმილი გადაადგილების მიმართულებაზე. გზის სასრულ უბანზე 1-დან 2 წერტილამდე მუშაობა წარმოადგენს ელემენტარული მუშაობების ჯამს და განისაზღვრება ინტეგრალით:

$$A_{12} = \int_1^2 F \cos\alpha dl = \int_1^2 F_l dl$$

ვიცით, რომ სასინჯი q_0 მუხტზე მოქმედი ძალა $\mathbf{F} = \mathbf{E}q_0$, მაშინ ელექტროსტატიკური ძალების მუშაობისათვის სასინჯი მუხტის უსასრულო მცირე $d\mathbf{l}$ გადაადგილების დროს მივიღებთ: $dA = \mathbf{F}d\mathbf{l}$, ე.ი

$$A_{12} = q_0 \int_1^2 E \cos\alpha dl = q_0 \int_1^2 E_l dl \quad (1.27)$$

გამოვიანგარიშოთ მუშაობა q_0 სასინჯი მუხტის გადაადგილების დროს q წერტილოვანი მუხტის ველში (სურ. 16). ზოგად ფორმულაში (1.27) შევიტანოთ (1.9) გამოსახულება ველის დაძაბულობის სიდიდისათვის და გარდა ამისა თუ გავითვალისწინებთ, რომ $dl \cos\alpha = dr$, მე-16-ე სურათის მიხედვით მივიღებთ:

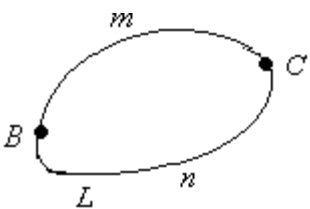
$$A_{12} = q_0 \int_1^2 E \cos\alpha dl = q_0 \int_1^2 (k \cdot \frac{q}{r^2}) dr = kq_0 q \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = kq_0 q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.28)$$

სადაც r_1 და r_2 არიან q_0 მუხტის მდებარეობის განმსაზღვრელი მანძილები გზის საწყის და საბოლოო წერტილებში. ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ მუშაობა დამოკიდებულია გადაადგილების მხოლოდ საწყის და საბოლოო წერტილების მდებარეობაზე და არ არის დამოკიდებული გზის ფორმაზე, რადგან გამოყვანის დროს უკანასკნელი ნებისმიერად იყო შერჩეული. ადვილი მისახვედრია, რომ მუშაობის დამოუკიდებლობა სასინჯი მუხტის ტრაექტორიის ფორმაზე არის ნებისმიერი ელექტროსტატიკური ველის ზოგადი თვისება. მართლაც, თუ გამოვალოთ (1.27) ფორმულიდან და გამოვიყენებთ (1.10) სუპერპოზიციის პრინციპს, მივიღებთ:

$$A = q_0 \int E_l dl = q_0 \int (\sum_i E_l^i) dl = \sum_i (q_0 \int E_l^i dl) = \sum_i A_i \quad (1.29)$$

ე.ი. მუხტების ნებისმიერი სისტემის მიერ შექმნილ ველში მუშაობა უდრის იმ მუშაობათა ჯამს, რომლებსაც ასრულებენ ამ სისტემის თითოეული წერტილოვანი მუხტის ველი ცალ-ცალკე. რადგან თითოეული A_i მუშაობა არ არის დამოკიდებული სასინჯი მუხტის ტრაექტორიის ფორმაზე. ეს კი ნიშნავს, რომ ელექტროსტატიკური ძალები კონსერვატიული ძალებია.

2. თეორემა ცირკულაციის შესახებ. მუშაობის გზის ფორმაზე დამოუკიდებლობიდან უშუალოდ გამომდინარეობს ის ფაქტი, რომ შეკრულ კონტურზე მუხტის გადაადგილების დროს შესრულებული მუშაობა ნულის ტოლია. მართლაც, თუ შეკრულ კონტურზე ავირჩევთ ნებისმიერ B და C წერტილებს (სურ. 17), მაშინ ამ კონტურის გასწვრივ \mathbf{E} სასინჯი მუხტის გადაადგილებისას შესრულებული მუშაობა A შეიძლება გამოვსახოთ ორი შესაკრების სახით $A = A_{BC}(m) + A_{CB}(n)$, სადაც (m) და (n) აღნიშნავენ გზას. მეორე შესაკრები შეიძლება შევცვალოთ $\{-A_{BC}$



(მ)-ით. რადგან გადაადგილების მიმართულების საპირისპიროდ შეცვლისას მუშაობა იცვლის ნიშანს და ამრიგად $A=A_{BC}(m) - A_{BC}(n)$. მაგრამ $A_{BC}(m) = A_{BC}(n)$ მუშაობის გზის ფორმაზე დამოუკიდებლობის გამო, საიდანაც ვასკვნით, რომ $A=0$. (1.27) გამოსახულებით მოცემული მუშაობა გავეყოთ q_0 -ზე და მიღებული შედეგი ჩავწეროთ შემდეგი სახით:

$$\oint_L E_l dl = 0, \quad \oint_L Edl \quad (1.30)$$

სადაც წრე ინტეგრალში იმის ნიშანია, რომ ინტეგრალი აღებულია შეკრულ კონტურზე. ასეთი სახის ინტეგრალს ეწოდება ცირკულაცია. (1.30) განტოლება გვიჩვენებს, რომ ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობის ცირკულაცია ნულის ტოლია.

3. პოტენციალი. ელექტროსტატიკური ძალების კონსერვატიულობის თვისებიდან გამომდინარეობს, რომ ელექტროსტატიკურ ველში მოთავსებულ მუხტს გააჩნია პოტენციური ენერგია. პოტენციური ენერგიის ზოგადი განმარტებიდან გამომდინარე სასინჯი მუხტის პოტენციური ენერგია რაიმე 1 წერტილში უდრის სივრცის რომელიმე წერტილიდან (რომელსაც ენერგიის ნულოვან დონედ მივიჩნევთ) 1 წერტილში მუხტის გადასაადგილებლად ველის ძალების მიერ შესრულებულ მუშაობას. ათვლის წერტილად, ანუ ნულოვან დონედ ჩვეულებრივ ირჩევენ უსასრულოდ დაშორებულ წერტილს. ამრიგად:

$$W_1 = A_{1\infty} = q_0 \int_1^\infty E_l dl \quad (1.31)$$

მაგრამ პოტენციური ენერგია ვერ გამოდგება ველის მოცემული წერტილის მახასიათებლად, რადგან ის სასინჯი მუხტის სიდიდეზეა დამოკიდებული. ამიტომ ენერგიის ეს მნიშვნელობა უნდა გავყოთ სასინჯი მუხტის სიდიდეზე. პოტენციური ენერგიის შეფარდებას სასინჯი მუხტის სიდიდეზე ველის მოცემულ წერტილში ეწოდება ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალი ამ წერტილში:

$$\varphi_1 = \frac{W_1}{q_0} = \int_1^\infty E_l dl \quad (1.32)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ პოტენციალი რიცხობრივად უდრის ერთეულოვანი სასინჯი მუხტის პოტენციურ ენერგიას. პოტენციალის ერთეული SI სისტემაში არის ვოლტი. $1\text{ვ} = 1\text{ჯ/კ}$.

4. წერტილოვანი მუხტის პოტენციალი. q მუხტისა და r მანძილით დაშორებულ q_0 სასინჯი მუხტის ურთიერთქმედების პოტენციურ ენერგია (1.28)–სა და (1.31)–ის თანახმად ტოლია:

$$W(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 q}{r} = k \frac{q_0 q}{r} \quad (1.33)$$

(1.33)–ის შეფარდება q_0 სასინჯ მუხტთან მიგვცემს q მუხტის პოტენციალს მისგან r მანძილით დაშორებულ წერტილში:

$$\varphi(r) = k \frac{q}{r} \quad (1.34)$$

ისევე, როგორც ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობისთვის მუხტთა სისტემის პოტენციალისთვის სამართლიანია სუპერპოზიციის პრინციპი. რადგან პოტენციალი არის ველის ენერგეტიკული მახასიათებელი და სკალარული სიდიდეა, ამიტომ სისტემის პოტენციალი რაიმე B წერტილში უდრის თითოეული მუხტის მიერ შექმნილ პოტენციალთა სკალარულ ჯამს:

$$\varphi_B = \sum_{i=1}^n \varphi_{iB} \quad \text{ან} \quad \varphi = \sum_{i=1}^n k \frac{q_i}{r_i} \quad (1.35)$$

სადაც r_i არის q_i მუხტის დაშორება იმ წერტილიდან, სადაც ვეძებთ პოტენციალს.

5. პოტენციალთა სხვაობა. პოტენციალის ცოდნით ადვილად გამოვიანგარიშებთ ველის ერთი (1) წერტილიდან მეორეში (2) სასინჯი მუხტის გადაადგილებისას შესრულებულ მუშაობას

$$A_{12}=W_1-W_2= -(W_2 -W_1)= -\Delta W \quad (1.36)$$

მუშაობა უდრის პოტენციური ენერჯიის ცვლილებას შებრუნებული ნიშნით. პოტენციური ენერჯიის შემცირება ნიშნავს დადებითი მუშაობის შესრულებას და პირიქით მისი გაზრდა – უარყოფითი მუშაობის შესრულებას. (1.32) გამოსახულების თანახმად (1.36) შეგვიძლია გადავწეროთ შენდგენიარად

$$A_{12}=q_0(\varphi_1-\varphi_2)=-q_0\Delta\varphi, \text{ ან } dA=-q_0d\varphi \quad (1.37)$$

ამ გამოსახულებიდან გამომდინარეობს პოტენციალთა სხვაობის ფიზიკური შინაარსი: ორ წერტილს შორის პოტენციალთა სხვაობა რიცხობრივად უდრის ერთეულოვანი სასინჯი მუხტის ველის ერთი წერტილიდან მეორეში გადაადგილებისას შესრულებულ მუშაობას. ეს მუშაობა ერთგვაროვან ველში, ორი პარალელური ფირფიტის შემთხვევაში, რომელთა შორის მანძილი არის d , უდრის $A=qU$, სადაც

$$U=Ed \quad (1.37')$$

და მას ძაბვა ეწოდება.

6. კავშირი დაძაბულობის ვექტორსა და პოტენციალს შორის. უსასრულო მცირე გადაადგილების შემთხვევაში (1.27) ჩავწეროთ ასე

$$dA=q_0E_l dl=q_0\mathbf{E}d\mathbf{l} \quad (1.38)$$

ახლა (1.37) გაუტოლოთ (1.38), მივიღებთ $q_0E_l dl=-q_0d\varphi$, საიდანაც

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l} \quad (1.39)$$

$d\varphi/dl$ არის პოტენციალის წარმოებული $d\mathbf{l}$ მიმართულებით. მისი აბსოლუტური მნიშვნელობა ახასიათებს პოტენციალის ცვლილების სისწრაფეს მოცემული მიმართულებით. გადავწეროთ (1.39) \mathbf{r} რადიუს-ვექტორის მიმართულებით:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{r}} \quad (1.40)$$

ამ ფორმულით შეგვიძლია განვსაზღვროთ როგორც \mathbf{E} -ს მოდული, ისე მისი მიმართულება. მოდულის განსაზღვრისათვის საკმარისია პოტენციალის ცვლილება ველის ორ წერტილს შორის გავყოთ ამ წერტილებს შორის მანძილზე, ხოლო \mathbf{E} ვექტორი მიმართული იქნება პოტენციალის შემცირების მიმართულებით.

(1.40)-ის მარჯვენა მხარე წარმოადგენს φ პოტენციალის წარმოებულს \mathbf{r} რადიუს-ვექტორით და მას გრადიენტი ეწოდება

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{r}} = \text{grad}\varphi = \nabla\varphi \quad (1.41)$$

გრადიენტი არის ვექტორული ოპერატორი, მისი დაგეგმილება დეკარტეს კოორდინატთა ღერძებზე მოგვცემს

$$\nabla\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathbf{k} \quad (1.42)$$

(1.40)-სა და (1.42)-ის შედარებით მივიღებთ, რომ

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \quad (1.43)$$

დაძაბულობის (1.43)-ით გამოანგარიშება ხშირად უფრო მარტივია, ვიდრე გამოთვლა სუპერპოზიციის პრინციპის დახმარებით.

7. კავშირი ველის ძალწირებსა და პოტენციალს შორის. ეკვიპოტენციური ზედაპირები. იმ წერტილთა გეომეტრიულ ადგილს, რომლებშიც პოტენციალს ერთი და იგივე მნიშვნელობა აქვს ეკვიპოტენციური ზედაპირები ეწოდება. რადგან ძალწირები და პოტენციალიც ველის მახასიათებლებია, ამიტომ მათ შორის უნდა არსებობდეს გარკვეული კავშირი. ამ კავშირის დასადგენად საკმარისია (1.37) გაუტოლოთ (1.38)-ს, მივიღებთ:

$$q_0\mathbf{E}d\mathbf{l} = -q_0d\varphi, \quad q_0Ed\cos\alpha = -q_0d\varphi \quad (1.44)$$

სასინჯი მუხტის გადაადგილებისას ეკვიპოტენციური ზედაპირის გასწვრივ მუშაობა არ სრულდება რადგან $d\varphi=0$ და ვინაიდან (1.44)–ის ტოლობაში მარცხენა მხარეს მყოფი სიდიდეებიდან $q_0 \neq 0$, $E \neq 0$ და $dl \neq 0$, ამიტომ $\cos\alpha=0$. ეს კი ნიშნავს იმას, რომ დაძაბულობის ვექტორსა (ძალწირებს) და ეკვიპოტენციური ზედაპირის მიმართ გავლებულ მხებს (dl) შორის კუთხე 90° –ია. ანუ ნებისმიერი ძალწირი მართი კუთხით გადაკვეთს ნებისმიერ ეკვიპოტენციურ ზედაპირს. (სურ. 2 ა,ბ,გ,დ,ე)–ზე წყვეტილი სახებით გამოსახულია ეკვიპოტენციური ზედაპირები.

8. ელექტროსტატიკური ველის განტოლებები ვაკუუმში. თეორემები ელექტროსტატიკური ველის ნაკადისა (1.16) და ცირკულაციის (1.30) შესახებ გამოსატყვევებელი ელექტროსტატიკური ველის ფუნდამენტურ თვისებებს და წარმოადგენენ ელექტროსტატიკური ველის განტოლებათა სისტემას ვაკუუმში ინტეგრალური სახით:

$$\left. \begin{aligned} \oint E_n dS &= \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \\ \oint E_l dl &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.45)$$

მაგრამ პრაქტიკაში იყენებენ განტოლებებს დიფერენციალური სახით ანუ (1.26) და (1.43)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} &= \frac{1}{\epsilon_0} \rho \\ E_x &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{aligned} \quad (1.46)$$

(1.46)–ში მეორე სტრიქონიდან განსაზღვრული \mathbf{E} ველის გეგმილების ჩასმა პირველ სტრიქონში მოგვცემს

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (1.47)$$

კერძო წარმოებულებით გამოსახულ ასეთ დიფერენციალურ განტოლებას მათემატიკაში პუასონის განტოლება ეწოდება. ნებისმიერ წერტილში სადაც მუხტები არ არსებობენ, კერძოდ ვაკუუმში, $\rho=0$ და პუასონის განტოლება გადადის ლაპლასის განტოლებაში:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0, \quad \Delta \varphi = 0 \quad (1.48)$$

ასეთი დიფერენციალური განტოლების ამოხსნა გვიხდება, როდესაც ველებთ ელექტროსტატიკური ველის პოტენციალს ვაკუუმში.

თ ა ვ ი II

ელექტროსტატიკური ველი და ნივთიერება

§ 4. გამტარები ელექტროსტატიკურ ველში.

1. შესავალი. წინა თავში ელექტროსტატიკური ველის შესწავლამ გვიჩვენა, რომ ეს ველი განისაზღვრება სივრცეში მუხტების განაწილებით. ამიტომ ელექტროსტატიკური ველის თეორიის განვითარებისათვის აუცილებელია გამოვარკვიოთ, როგორ განაწილდებიან მუხტები სხეულებზე, თუ მათ დავმუხტავთ და შემდეგ მოვათავსებთ ველში. ამ კითხვაზე პასუხი არსებითად არის დამოკიდებული ნივთიერების თვისებებზე.

თავისი ელექტრული თვისებებით ნივთიერებები იყოფა ორ ჯგუფად: გამტარებად და დიელექტრიკებად (ნახევარგამტარები, იმ ამოცანების ფარგლებში, რომლებსაც იხილავენ ელექტროსტატიკაში იქცევიან, როგორც გამტარები). გამტარებში ელექტრული ველის მოქმედებით წარმოიქმნება ელექტრული დენი, დიელექტრიკებში კი – არა. ეს გარემოება შეიძლება აიხსნას მათი სტრუქტურის პრინციპული განსხვავებით. გამტარებში ყოველთვის არსებობენ დენის მატარებლები ანუ დამუხტული ნაწილაკები, რომლებსაც შეუძლიათ გადაადგილება ველის ზემოქმედებით გამტარის საზღვრებში. დიელექტრიკებში

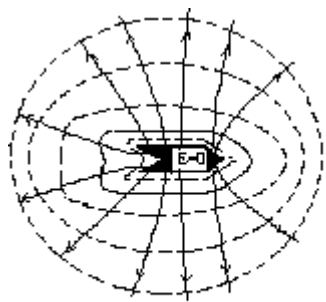
ასეთი თავისუფალი მუხტები არ არიან. ყოველი დამუხტული ნაწილაკი მიბმულია ატომისა და მოლეკულის საზღვრებში და ველის გავლენით ისინი განიცდიან მხოლოდ მიკროსკოპიულ წანაცვლებას.

ამ პარაგრაფში შევისწავლით გამტარების ყოფაცევას ელექტროსტატიკურ ველში. მიუხედავად იმისა, რომ აქ მოყვანილი თეორიის შედეგები მართებულია ნებისმიერი გამტარისათვის, ჩვენ გარკვეული თვალსაზრისით განვიხილავთ ლითონის გამტარებს. ცნობილია, რომ ლითონებს მყარ მდგომარეობაში გააჩნიათ კრისტალური სტრუქტურა. წესიერი კრისტალური მესრის კვანძ წერტილებში განლაგებულია დადებითი იონები, ხოლო “ დარჩენილ ” ელექტრონებს შეუძლიათ თავისუფალი გადაადგილება გამტარის საზღვრებში. ამ თავში ჩვენ გამოვიყენებთ ასეთ, წინასწარ გამარტივებულ ლითონის აგებულების კლასიკურ მოდელს (თავისუფალი ელექტრონების მოდელს).

2. მუხტის წონასწორობის პირობები გამტარზე. ცდებით მტკიცდება შემდეგი ფუნდამენტური დებულება: როდესაც გამტარს გადავცემთ მუხტს ან გამტარს მოვათავსებთ გარე ელექტროსტატიკურ ველში (ან ერთდროულად შესრულდეს ერთი და მეორეც), მაშინ მცირე დროის შუალედის შემდეგ (რელაქსაციის დრო) გამტარში დამყარდება მუხტების წონასწორული განაწილება. მუხტის ასეთ წონასწორულ განაწილებას შეისწავლის ელექტროსტატიკა.

გამტარებზე მუხტების წონასწორულ განაწილებას და მათ მიერ შექმნილ ელექტროსტატიკურ ველს მთელი რიგი თვისებები გააჩნიათ. უპირველესათ ყოველისა, ვინაიდან მუხტის დამყარებული განაწილების დროს გამტარში დენი არ გადის, თავისუფალ ელექტრონებზე ძალები არ მოქმედებენ. ამის შედეგად გამტარის შიგნით ველი არ იარსებებს $E=0$. კერძოდ, როდესაც გამტარი დამუხტულია და გარე ველი არ არსებობს, მუხტი გამტარზე ისე გადანაწილდება, რომ მის მიერ შექმნილი ველი განსხვავებულია ნულისაგან მხოლოდ გამტარის გარეთ. თუ ნეიტრალურ გამტარს მოვათავსებთ გარე ელექტროსტატიკურ ველში, მაშინ გამტარში მუხტი გადანაწილდება (ელექტროსტატიკური ინდუქციის მოვლენა) ისეთნაირად, რომ ინდუცირებული მუხტების მიერ შექმნილი ველი გააბათილებს გარე ველს გამტარის შიგნით.

დაძაბულობის ვექტორი გამტარის ზედაპირზე ამ ზედაპირის მართობულია, წინააღმდეგ შემთხვევაში ნულისაგან განსხვავებული დაძაბულობის ვექტორის მდგენელები გამტარის ზედაპირზე წარმოქმნიდნენ ზედაპირულ დენებს. მე-19 სურათზე უწყვეტი ხაზებით გამოსახულია დადებითად დამუხტული გამტარის ველის დაძაბულობის ძალწირები.

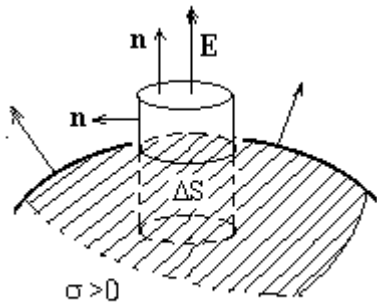


სურ.18

რადგან გამტარის შიგნით ველი არ არსებობს, მასში სასინჯი მუხტის გადაადგილებისას შესრულებული მუშაობა ნულის ტოლია და ის არ არის დამოკიდებული საწყისი და საბოლოო წერტილების მდებარეობაზე. თუ გავითვალისწინებთ, რომ ეს მუშაობა დაკავშირებულია პოტენციალთა სხვაობასთან (1.37) ფორმულით, მაშინ შეგვიძლია დავასკვნათ, რომ გამტარის ყოველ წერტილში პოტენციალს ერთი და იგივე მნიშვნელობა აქვს. ამრიგად გამტარის ზედაპირი წარმოადგენს ეკვიპოტენციურ ზედაპირს. მე-18 სურათზე ეკვიპოტენციური ზედაპირები წყვეტილი ხაზებითაა წარმოდგენილი. იმ ფაქტიდან, რომ

გამტარის შიგნით ველის დაძაბულობა ნულის ტოლია, გამომდინარეობს აგრეთვე რომ ყველგან გამტარის შიგნით დადებითი და უარყოფითი მუხტები ერთმანეთს აბათილებენ ($\rho=0$), ასე, რომ გაუბათილებელი მუხტი გადანაწილდება გამტარის ზედაპირზე. მართლაც, რადგან $E=0$, დაძაბულობის ნაკადიც გამტარის შიგნით აღებულ ნებისმიერ შეკრულ ზედაპირზე ნულის ტოლია. გაუსის თეორემის თანახმად (1.16) ეს ნიშნავს, რომ ნულის ტოლი იქნება ამ ზედაპირის შიგნით მოთავსებული მუხტიც. ეს კი შესაძლებელია მხოლოდ მაშინ, როდესაც $\rho=0$ გამტარის ყოველ წერტილში.

არსებობს კავშირი გამტარის ზედაპირზე მუხტის ზედაპირულ სიმკვრივესა და ველის დაძაბულობას შორის ამ წერტილში:



სურ. 19

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

გამოვიყვანოთ ეს ფორმულა გაუსის თეორემის დახმარებით. განვიხილოთ გამტარის ზედაპირის მცირე ელემენტი ΔS , რომელზეც იმყოფება Δq მუხტი. შემოვსახვროთ ეს ელემენტი ცილინდრული ზედაპირით, რომლის მსახველი გამტარის ზედაპირის პერპენდიკულარულია და რომლის ერთ-ერთი ფუძე გამტარის შიგნით არის მოქცეული, ხოლო მეორე – მის გარეთ, უსასრულოდ ახლოს გამტარის ზედაპირთან (სურ. 19). ცილინდრის “შიდა” ფუძეზე და გვერდით ზედაპირზე

გამავალი დაძაბულობის ნაკადი ნულის ტოლია, რადგან გამტარის შიგნით $E=0$, ხოლო გამტარის გარეთ განლაგებულ გვერდით ზედაპირზე $E_n=0$, გამტარის ზედაპირისადმი დაძაბულობის ძალწირების პერპენდიკულარულობის გამო. ამრიგად, ცილინდრის ზედაპირზე გამავალი სრული ნაკადი განისაზღვრება მის “გარე” ფუძეზე გამავალი ნაკადით, რომელიც უდრის $E\Delta S$. თუკი გაუსის თეორემის თანახმად ამ ნაკადს გაუტოლებთ $1/\epsilon_0$ -ის ნამრავლს ცილინდრის შიგნით მოთავსებულ $\sigma\Delta S$ მუხტზე, მივიღებთ $E\Delta S = \sigma\Delta S/\epsilon_0$, საიდანაც გამომდინარეობს (2.1) ფორმულა.

ელექტროსტატიკური ველი ვერ აღწევს შეკრული ლითონის გარსით შემოსახვრულ არეში. დაეკრანების ამ მეთოდით სარგებლობენ მაშინ, როცა უნდათ თავიდან აიცილონ გარე ელექტრული ველების გავლენა, მაგალითად, ლაბორატორიების კედლების ლითონის ფურცლებით შემოსვა (ელექტროსტატიკური დაცვა). გამტარის ზედაპირზე მუხტის განაწილების თვისობრივი აღწერისას მოსახერხებელია ვისარგებლოთ იმ მოსახრებით, რომ ერთნიშნა მუხტები ურთიერთგანზიდვის შედეგად ცდილობენ განაწილდნენ გამტარის ზედაპირზე. ასე, მაგალითად, სხვადასხვა ზომის გამტარების შეხებისას ჭარბი მუხტი პრაქტიკულად დიდი ზომის გამტარის ზედაპირზე აღმოჩნდება. იმავე მოსახრებით შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ლითონის გარსზე, რომელიც არ არის სავალდებულო იყოს შეკრული, მაგრამ ჰქონდეს აშკარად გამოსატული “გარე” და “შიდა” ზედაპირები (მაგალითად, ცილინდრული ჭიქა), მუხტი ძირითადად გადანაწილებული იქნება “გარე” ზედაპირზე. ორივე ეს გარემოება მიგვითითებს იმაზე, თუ როგორ უნდა მოხდეს განმუხტვა. ამისათვის საკმარისია დამუხტული სხეული შევახოთ დიდი ზომის სხეულს (მაგალითად, დავამიწოთ) ან თითქმის შეკრული ლითონის გარსის “შიდა” ზედაპირს.

აღსანიშნავია, აგრეთვე ის გარემოება, რომ მუხტის განაწილება დამოკიდებულია გამტარის რელიეფზე (ფორმაზე): მუხტის ზედაპირული სიმკვრივე მაქსიმალურია მცირე სიმრუდის რადიუსის მქონე ბურცოებზე (წვეროებზე) და მცირეა – ღრმულებში. (2.1) ფორმულის თანახმად შესაბამისად იქცევა ველიც: წვეტების მახლობლად ის შეიძლება საკმაოდ დიდ იყოს, ხოლო ღრმულების მახლობლად – სუსტი. ეს ნათლად ჩანს მე-18 სურათზე: წვეტის მახლობლად დაძაბულობის ძალწირები უფრო მჭიდროდ არიან განლაგებული, ხოლო ღრმულების მახლობლად კი ნაკლები სიხშირით. სიმჭიდროვის პირობა აქაც შესრულებულია, რადგან გამტარიდან მოშორებით ძალწირების სიხშირე მიახლოებით ერთნაირია.

3. ელექტროტევადობა. ზემოთ ვახვენეთ, რომ გამტარის ყოველ წერტილში პოტენციალს ერთი და იგივე მნიშვნელობა აქვს, ამიტომ უფლება გვაქვს ვილაპარაკოთ უბრალოდ პოტენციალზე. თეორია და ცდა გვიჩვენებს, რომ გამტარის პოტენციალი ϕ გამტარის q მუხტის პროპორციულია:

$$\phi = \frac{q}{C} \quad (2.2)$$

სადაც $1/C$ არის პროპორციულობის კოეფიციენტი. ამრიგად მუხტის შეფარდება პოტენციალთან მოცემული გამტარისათვის მუდმივი სიდიდეა, რომელსაც გამტარის ელექტროტევადობა ეწოდება:

$$C = \frac{q}{\phi} \quad (2.3)$$

ელექტროტევადობა დამოკიდებულია გამტარის გეომეტრიულ თვისებებზე, მის ზომებზე და ფორმაზე და არ არის დამოკიდებული გამტარის მასალის გვარობაზე.

(2.3) ფორმულაში ავიღოთ მრიცხველისა და მნიშვნელის ნაზრდების შეფარდება, მივიღებთ:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \phi} \quad (2.4)$$

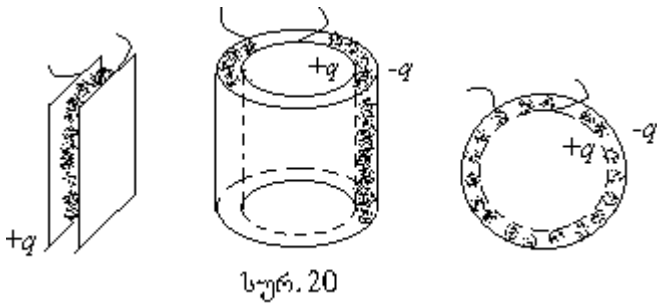
აქედან შეგვიძლია დავადგინოთ ელექტროტევადობის ფიზიკური არსი: ელექტროტევადობა რიცხობრივად უდრის მუხტის იმ რაოდენობას, რომელიც უნდა გადავცეთ გამტარს, რომ მისი პოტენციალი ერთი ერთეულით შეიცვალოს. SI სისტემაში ელექტროტევადობის ერთეულად მიღებულია 1 ფარადი.

დავადგინოთ განმსოლოებული გამტარი სფეროს ტევადობის ფორმულა. რადგან სფეროს გარეთ ველი წერტილოვანი მუხტის ველის მსგავსია (იხ. 1.20 ფორმულა), მაშინ (1.34)-ის თანახმად პოტენციალი სფეროს ზედაპირზე ტოლი იქნება $\phi = k(q/R)$, სადაც q არის სფეროს მუხტი, ხოლო R —სფეროს რადიუსი. თუ პოტენციალის ამ მნიშვნელობას შევიტანთ (2.3) ფორმულაში მივიღებთ:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R \quad (2.5)$$

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ ფარადის ტოლი ტევადობა ექნება სფეროს, რომლის რადიუსი $R = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ მ, რაც 1500-ჯერ მეტია დედამიწის რადიუსზე. ამიტომ პრაქტიკაში სარგებლობენ სხვა ერთეულებით — მიკროფარადით ($1\mu\text{ფ} = 10^{-6}\text{ფ}$) და პიკოფარადით ($1\text{პფ} = 10^{-12}\text{ფ}$).

(2.5) ფორმულა მართებულია მხოლოდ სფერული ფორმის გამტარებისათვის, მაგრამ ის შეიძლება გამოვიყენოთ აგრეთვე არასფერული ფორმის სხეულების ტევადობის თვისობრივად შეფასებისათვის, თუ R -ის ქვეშ ვიგულისხმებთ სხეულის მახასიათებელ ზომას.

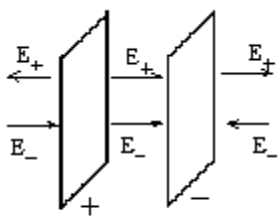


სურ. 20

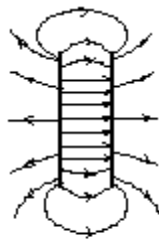
4. კონდენსატორები. კონდენსატორებს ფართო გამოყენება აქვთ რადიოტექნიკაში. ეს არის მოწყობილობა, რომელიც შედგება ლითონის ორი შემონაფენისაგან, რომელთა ზომები (მაგალითად, კვადრატული ფორმის ფირფიტის გვერდის სიგრძე) საგრძნობლად მეტია მათ შორის მანძილზე. როდესაც კონდენსატორის შემონაფენებს გადავცემთ საპირისპირო ნიშნისა და აბსოლუტური

სიდიდით ერთნაირ მუხტებს, მაშინ ელექტრული ველი პრაქტიკულად თავმოყრილი იქნება შემონაფენებს შორის სივრცეში. შემონაფენების ფორმის მიხედვით არსებობს ბრტყელი (შემონაფენები პარალელური სიბრტყეებია), ცილინდრული (კოაქსიალური ცილინდრული ზედაპირებია) და სფერული (შემონაფენები კონცენტრიული სფეროებია) (სურ.20). კონდენსატორები. განვიხილოთ ბრტყელი კონდენსატორი. უსასრულო განფენილი ფირფიტების შემთხვევაში ველი ასეთი კონდენსატორის შემონაფენებს შორის პრაქტიკულად ერთგვაროვანია და დაძაბულობის ვექტორის აბსოლუტური სიდიდე (1.19)-ის თანახმად:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (2.6)$$



სურ. 21



სურ. 22

სადაც σ არის ფირფიტებზე მუხტის ზედაპირული სიმკვრივე და ველი მიმართულია დადებითი ფირფიტიდან უარყოფითისაკენ (სურ. 23). რეალურ კონდენსატორში

ველს ასეთი ხასიათი აქვს მხოლოდ შუა ნაწილში, ხოლო კონდენსატორის კიდებთან ველის განაწილების სურათი იცვლება (ე.წ. კიდურა ეფექტი სურ. 22). როდესაც მანძილი ფირფიტებს შორის გაცილებით ნაკლებია ფირფიტების ზომებზე, მაშინ ბევრ ამოცანაში კიდურა ეფექტები შეიძლება უგულებელვყოთ.

(1.37') და (2.6) ფორმულების გათვალისწინებით შემონაფენებს შორის პოტენციალთა სხვაობისთვის მივიღებთ:

$$U = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d \quad (2.7)$$

სადაც d არის მანძილი ფირფიტებს შორის.

კონდენსატორის ტევადობა ეწოდება ერთ-ერთი შემონაფენის მუხტის სიდიდის შეფარდებას შემონაფენებს შორის არსებულ ძაბვაზე:

$$C = \frac{q}{U} \quad (2.8)$$

თუ შევიტანთ აქ (2.7)-ით განსაზღვრულ ძაბვას და გავითვალისწინებთ, რომ $q = \sigma S$, სადაც S არის ფირფიტის ფართობი, მივიღებთ:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (2.9)$$

როდესაც სივრცე შემონაფენებს შორის \square ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობის მქონე ერთგვაროვანი დიელექტრიკითაა შევსებული, მაშინ, როგორც შემდეგში იქნება ნაჩვენები (იხ. ფორმულა 2.11), დაძაბულობა შემონაფენებს შორის ϵ -ჯერ შემცირდება შემონაფენებზე განლაგებული იმავე სიდიდის მუხტების შემთხვევაში. 2.7-ის თანახმად ძაბვა შემონაფენებს შორის აგრეთვე შემცირდება ϵ -ჯერ, რის შედეგადაც კონდენსატორის ტევადობა, როგორც ეს (2.8)-დან ჩანს ϵ -ჯერ გაიზრდება, ე.ი. განისაზღვრება ფორმულით:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \quad (2.10)$$

ამრიგად, ბრტყელი კონდენსატორის ტევადობის გაზრდისათვის საკმარისია გავადიდოთ ფირფიტების ფართობი ან შევამციროთ მათ შორის მანძილი ან ფირფიტებს შორის სივრცე შევავსოთ დიელექტრიკით.

კონდენსატორები შეიძლება მიუერთოთ ერთიმეორეს და შევქმნათ კონდენსატორების ბატარეა. კონდენსატორების პარალელური შეერთების დროს ბატარეის ტევადობა უდრის ცალკეული კონდენსატორების ტევადობების ჯამს, ხოლო მიმდევრობითი შეერთების დროს ბატარეის ტევადობის შებრუნებული სიდიდე უდრის ცალკეული კონდენსატორების ტევადობების შებრუნებული სიდიდეების ჯამს:

$$C_{\text{პარ}} = \sum_i C_i; \quad \frac{1}{C_{\text{მიმდ}}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \quad (2.11)$$

კონდენსატორების სხვადასხვა ხერხით კომბინირება საშუალებას გვაძლევს საკმაოდ ფართო საზღვრებში ვცვალოთ კონდენსატორების ბატარეის ტევადობა.

დამუხტულ კონდენსატორს გააჩნია ენერგია. ამაში ადვილად დავრწმუნდებით, თუ მას მივცემთ განმუხტვის საშუალებას, როდესაც ფირფიტებს გამტარით შევაერთებთ. განმუხტვის დროს გამტარში გაივლის ელექტრული დენი, ველი შეასრულებს მუშაობას მოძრავ მუხტებზე და გარემომცველ სივრცეში გამოიყოფა ამ მუშაობის ტოლი სითბოს რაოდენობა. გამოვიანგარიშოთ ეს მუშაობა.

დავუშვათ, რომ განმუხტვის პროცესში დროის რაღაც მომენტისათვის ძაბვა ფირფიტებზე იყო U და ამის შესაბამისად მუხტი ფირფიტებზე იქნება $q = CU$. დროის მცირე შუალედში ერთი ფირფიტიდან მეორეზე გადავა $\Delta q = C\Delta U$ მუხტი. ამ მუხტის გადასაადგილებლად ელექტროსტატიკური ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა (1.37')-ის თანახმად უდრის $\Delta A = U\Delta q = -U C \Delta U$ (უარყოფითი ნიშანი აღნიშნავს იმ

გარემოებას, რომ დადებითი მუშაობა სრულდება ძაბვის შემცირებისას, ე.ი. $\Delta A > 0$ შეესაბამება $\Delta U < 0$). კონდენსატორის U ძაბვიდან ნულამდე განმუხტვისას შესრულებული მუშაობა უდრის ელემენტარული მუშაობების ჯამს განმუხტვის მთელი პროცესის განმავლობაში:

$$A = \int_U^0 (-CU \cdot dU) = C \int_0^U U dU = \frac{CU^2}{2}$$

თუ გავითვალისწინებთ $U=q/C$ თანაფარდობას, მუშაობა შეიძლება ჩავწეროთ როგორც $A=q^2/2C$. დაბოლოს (2.10) და (1.37)–და განსაზღვრული C და U –ს მნიშვნელობების ჩასმით მივიღებთ მუშაობის გამოსახულებას ველის დაძაბულობით:

$$A = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \cdot V,$$

სადაც V არის კონდენსატორის მოცულობა.

ენერგიის მუდმივობის კანონის თანახმად, კონდენსატორის განმუხტვისას შესრულებული მუშაობა განსაზღვრავს ზუსტად იმ ენერგიას, რომელიც გააჩნია დამუხტულ კონდენსატორს. ამრიგად დამუხტული კონდენსატორის ენერგია შეიძლება გამოვსახოთ შემდეგნაირად:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q}{2C} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \cdot V \quad (2.12)$$

5. ელექტრული ველის ენერგია. ელექტრომაგნეტიზმის ზოგადი თეორიიდან გამომდინარეობს, რომ ელექტრულ ველს გააჩნია ენერგია. კერძოდ, დამუხტული კონდენსატორის ენერგია (2.12) წარმოადგენს მისი ელექტრული ველის ენერგიას. სივრცეში ველის ენერგიის განაწილების აღწერისათვის შემოტანილია ველის ენერგიის სიმკვრივის ცნება, რომელიც განისაზღვრება როგორც ველის ენერგია მოცულობის ერთეულში:

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} \quad (2.13)$$

აქ ΔV არის ელემენტარული მოცულობა განსახილველი წერტილის მახლობლად, ხოლო ΔW ელექტრული ველის ენერგია ამ მოცულობაში. კიდურა ეფექტების უგულებელყოფის დროს კონდენსატორის ელექტრული ველი თავმოყრილია ძირითადად შემონაფენებს შორის სივრცეში და ერთგვაროვანია, ამიტომ ველის ენერგიის სიმკვრივე შემონაფენებს შორის ყოველ წერტილში ერთი და იგივეა და უდრის ველის სრული ენერგიის შეფარდებას სივრცის V მოცულობასთან, რომელსაც იკავებს ეს ველი:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \quad (2.14)$$

ეს გამოსახულება მართებულია ზოგადი სახის ელექტრული ველისათვის.

§ 5. დიელექტრიკები ელექტროსტატიკურ ველში

1. ელექტრული დიპოლი. განვიხილოთ მუხტების უმარტივესი სისტემა, რომელიც მნიშვნელოვან როლს ასრულებს დიელექტრიკული გარემოს აღწერის თეორიაში. ეს არის ელექტრული დიპოლი.

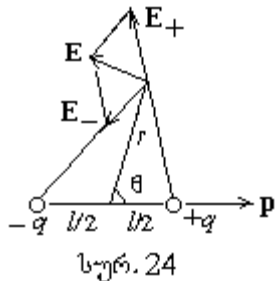
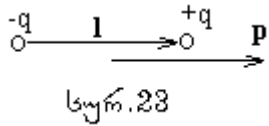
ელექტრული დიპოლი ეწოდება სისტემას, რომელიც შედგება აბსოლუტური სიდიდით ორი ერთნაირი და ნიშნით საპირისპირო წერტილოვანი მუხტებისაგან. დიპოლის მუხტები აღენიშნოთ $+q$ და $-q$ -თი, ხოლო \mathbf{l} -ით დადებითი მუხტისაკენ მიმართული ვექტორი. ელექტრული დიპოლი ხასიათდება დიპოლის ელექტრული მომენტის ვექტორით

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l} = q/\mathbf{n} \quad (2.15)$$

რომელიც განსაზღვრის თანახმად მიმართულია დიპოლის დერძის გასწვრივ უარყოფითი მუხტიდან დადებითი მუხტისაკენ, ხოლო მოდულით უდრის ერთ-ერთი მუხტის აბსოლუტური სიდიდის ნამრავლს მუხტებს შორის მანძილზე $p=ql$ (სურ.23).

სუპერპოზიციის პრინციპის თანახმად დიპოლის ველის დაძაბულობა უდრის დიპოლის დადებითი და უარყოფითი მუხტების მიერ შექმნილი ველების E_+ და E_- დაძაბულობების ვექტორულ ჯამს (სურ.24). დიპოლიდან საკმაოდ დაშორებული სივრცის წერტილებისათვის ($r \gg l$) გამოთვლები გვაძლევს შემდეგ ფორმულას დაძაბულობის სიდიდისათვის:

$$E = \frac{kp}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta} \quad (2.16)$$



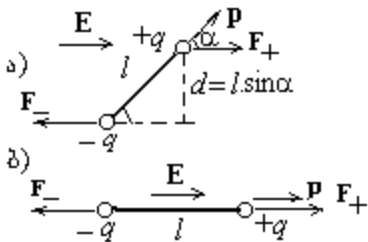
მომენტს შორის გარემოებას, რომ მანძილის სწრაფად ვიდრე დიპოლის ველის სურათზეა მოცემული, სადაც დაძაბულობის ძალწირები უწყვეტი წირებით არის წარმოდგენილი ხოლო ეკვიპოტენციური ზედაპირები-წყვეტილი წირებით. განვიხილოთ კერძო შემთხვევები. როდესაც $\vartheta=0$ (2.16)-დან მივიღებთ $E_{||}=2kp/r^3$, ხოლო როცა $\vartheta=\pi/2$ $E_{\perp}=kp/r^3$, ე.ი. დიპოლის ღერძის (l) გასწვრივ ველი ორჯერ მეტია ვიდრე მისი ღერძისადმი O წერტილიდან აღმართულ პერპენდიკულარზე.

სადაც r არის მანძილი დაკვირვების წერტილამდე, ხოლო ϑ -კუთხე დაკვირვების წერტილის r რადიუს-ვექტორსა და დიპოლის p ელექტრულ (სურ. 24). ყურადღება უნდა მიექცეს იმ დიპოლის ველის დაძაბულობა მცირდება მიხედვით, როგორც $1/r^3$, ე.ი. გაცილებით უფრო წერტილოვანი მუხტის შემთხვევაში ($1/r^2$). სურათი ნახაზის სიბრტყის კვეთაში მე-3, გ

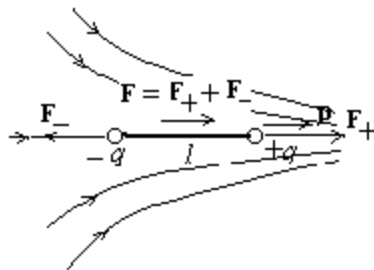
2. დიპოლი გარე ელექტრულ ველში. თუ ველი ერთგვაროვანია, მაშინ ველის მხრიდან დიპოლის დადებით და უარყოფით მუხტებზე იმოქმედებს მიმართულებით საპირისპირო F_+ და F_- აბსოლუტური სიდიდით ერთნაირი $F=qE$ ძალები, სადაც E არის ველის დაძაბულობა (სურ. 25, ა). F_+ და F_- ძალები ქმნიან წყვილ ძალას, რომლის M მომენტის მხარი $d=l \sin \alpha$, სადაც α არის კუთხე ელექტრული მომენტის ვექტორსა და დაძაბულობის ვექტორს შორის. ამრიგად ამ ძალთა მომენტის აბსოლუტური სიდიდე $M=Fd=F/l \sin \alpha = Eq l \sin \alpha$. ვექტორული ნამრავლის განსაზღვრის თანახმად:

$$M = [pE] \quad (2.17)$$

ძალთა ეს მომენტი ცდილობს მოაბრუნოს დიპოლი მდგრადი წონასწორობის მდგომარეობისკენ, როდესაც ელექტრული მომენტის p ვექტორი ველის დაძაბულობის გასწვრივ იქნება მიმართული (სურ. 25, ბ). გარდა ამისა, როგორც ეს სურათიდან ჩანს, ველის ძალები ცდილობენ გაჭიმონ დიპოლი და თუ უკანასკნელი არ არის აბსოლუტურად ხისტი ის განიცდის შესაბამის დეფორმაციას. დაბოლოს,



სურ. 25



სურ. 26

რადგან დიპოლზე მოქმედი ჯამური გარე ძალა ნულის ტოლია, დიპოლის მასათა ცენტრი არ განიცდის აჩქარებას. ამრიგად გარე ელექტრული ველი დიპოლზე ახდენს მათრიენტირებელ და მადეფორმირებელ მოქმედებას. არაერთგვაროვანი ველი, გარდა ზემოთ მოყვანილი მოქმედებისა, შეიზიდავს დიპოლს ველის დაძაბულობის ზრდის მიმართულების გასწვრივ, რადგან ამ შემთხვევაში $F_+ \neq F_-$ (სურ. 26). ახლა დავადგინოთ დიპოლზე მოქმედი ტოლქმედი ძალის სიდიდე, როდესაც დიპოლის სიგრძე dl -ის ტოლია, ანუ ვიხილათ ელემენტარულ დიპოლს. $F_- = -qE_-$, $F_+ = qE_+$, სადაც E_- არის ველის დაძაბულობა $-q$ მუხტთან, ხოლო E_+ არის ველის დაძაბულობა $+q$ მუხტთან. რადგან F_+ 26-ე სურათის მიხედვით სიდიდით F_- -ზე მეტია ამიტომ $F = qE_+ - qE_-$. დიპოლის სიგრძის სიმცირის გამო მცირე იქნება განსხვავება E_+ და E_- შორისაც.

გავითვალისწინოთ ეს ზემოთ მოყვანილ ტოლობაში და მისი მარჯვენა მხარე გავყოთ და გავამრავლოთ dl -ზე. მივიღებთ:

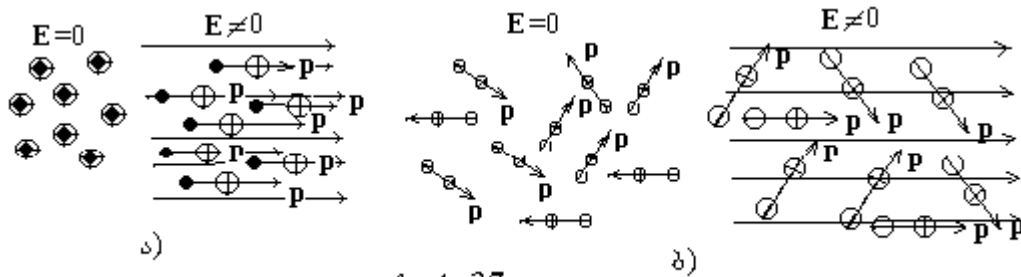
$$F = qdl \frac{dE}{dl} = p \frac{dE}{dl} \quad (2.18)$$

3. ზოგადი წარმოდგენები დიელექტრიკების აგებულების შესახებ. დიელექტრიკი არის ისეთი ნივთიერება, რომელშიც თავისუფლად მოძრავი მუხტები არ არიან. ისინი თითქმის არ ატარებენ ელექტრულ დენს. ყოველი დიელექტრიკი თხევად თუ აირად მდგომარეობაში ნეიტრალური მოლეკულებისაგან შედგება. მოლეკულის საზღვრებში ელექტრულ მუხტს საკმაოდ რთული განაწილება აქვს, მაგრამ მაკროსკოპულ თეორიაში სრულებით არ არის სავალდებულო, რომ დეტალურად შევისწავლოთ მუხტის ასეთი განაწილება. ელექტრული თვალსაზრისით, საკმაოდ კარგი მიახლოებით, მოლეკულა ისე იქცევა თითქოს მისი მთელი დადებითი მუხტი “დადებითი მუხტების ცენტრში” იყოს თავმოყრილი, ხოლო უარყოფითი – “უარყოფითი მუხტების ცენტრში”. სხვა სიტყვებით რომ ვთქვათ, მოლეკულა შეიძლება მივამსგავსოთ ელექტრულ დიპოლს, რომლის ელექტრული მომენტი $p=ql$, სადაც q არის მოლეკულის დადებითი ან უარყოფითი მუხტის სიდიდე, ხოლო l “უარყოფითი მუხტის ცენტრიდან” გავლებული ვექტორი “დადებითი მუხტების ცენტრამდე”.

არსებობენ მოლეკულები, რომლებშიც დადებითი და უარყოფითი მუხტების ცენტრები ერთმანეთს ემთხვევა. ეს ის მოლეკულებია, რომლებსაც გააჩნიათ სიმეტრიის ცენტრი, მაგალითად, მოლეკულები, რომლებიც ერთი და იმავე მოლეკულებისგან შედგებიან (H_2 , O_2 და მისთანანი). ასეთ მოლეკულებს არ გააჩნიათ საკუთარი დიპოლური მომენტი ($p=0$, რადგან $l=0$) და ამიტომ მათ არაპოლარული მოლეკულები ეწოდებათ. მოლეკულები, რომელთა დადებითი და უარყოფითი მუხტების ცენტრები არ ემთხვევა ერთმანეთს ნულისაგან განსხვავებული დიპოლური მომენტი გააჩნიათ და ასეთ მოლეკულებს პოლარული მოლეკულები ეწოდებათ.

უმრავლესი მყარი კრისტალური დიელექტრიკების წესიერი კრისტალური მესრის კვანძ წერტილებში იონებია განლაგებული. ზოგ შემთხვევაში (მაგალითად, ერთი და იმავე ელემენტის ატომებისაგან შედგენილ კრისტალებში) ყველა იონს დადებითი მუხტი აქვს, ხოლო მათ შორის კავშირი ვალენტური ელექტრონებით (კოვალენტური კავშირი) ხორციელდება. სხვა შემთხვევებში, როდესაც კრისტალი ელემენტების ქიმიურ შენაერთს წარმოადგენს (მაგალითად სუფრის მარილის კრისტალი) იონებს სხვადასხვა ნიშნის მუხტი აქვთ და მესერში ურთიერთმიზიდვის ელექტროსტატიკური ძალებით არიან შეკავებული (იონური კავშირი). ასეთი კრისტალების კრისტალური მესერი შეიძლება განვიხილოთ როგორც დადებითი და უარყოფითი იონებისაგან შედგენილი ორი ქვემესერი.

4. დიელექტრიკების პოლარიზაცია. რა მოვლენას ექნება ადგილი, როდესაც დიელექტრიკს მოვათავსებთ ელექტროსტატიკურ ველში? ელექტრულ ველში დადებით მუხტზე იმოქმედებს ველის დაძაბულობის გასწვრივ მიმართული ძალა, ხოლო უარყოფით მუხტზე საპირისპიროდ მიმართული ძალა. ამის შედეგად არაპოლარული მოლეკულების დადებითი და უარყოფითი მუხტების ცენტრები, რომლებიც ემთხვეოდნენ ერთმანეთს ველის გარეშე, წაინაცვლებენ ერთიმეორის მიმართ – მოლეკულები იძენენ ეგრეთ წოდებულ ინდუცირებულ ანუ ველის გავლენით მინიჭებულ დიპოლურ მომენტს (სურ. 27, ა). არაპოლარულ მოლეკულებზე უპირველესად ყოვლისა ველი ახდენს მათი ორიენტირებულ მოქმედებას: მოლეკულების დიპოლური მომენტების ვექტორები ველის გარეშე ორიენტირებული არიან ქაოსურად, ხოლო ველის გავლენის შემდეგ ისინი ორიენტირდებიან უპირატესად



სურ. 27

ველის მიმართულებით (სურ. 27, ბ). ველის გავლენით კრისტალებშიც აქვს ადგილი მუხტების წანაცვლებას: კოვალენტური ბმის მქონე კრისტალებში პირველ რიგში წანაცვლებას განიცდიან ელექტრონები, რომლებიც ქმნიან კავშირებს მესერში, იონური ბმის მქონე კრისტალში კი ადგილი აქვს ქვემესრების წანაცვლებას ერთიმეორის მიმართ.

ზემოთ ნათქვამიდან გამომდინარე დიელექტრიკული ნივთიერებები, მათი აგებულების მიხედვით, სხვადასხვანაირად რეაგირებენ გარე ელექტრული ველის ზემოქმედებაზე. მაგრამ ყველა დიელექტრიკისათვის დამახასიათებელია ის, რომ მისი ყოველი მოცულობის მცირე ელემენტი იძენს ნულისაგან განსხვავებულ ჯამურ დიპოლურ მომენტს – დიელექტრიკი დაპოლარდება. არაპოლარული მოლეკულებისგან შემდგარ დიელექტრიკის დაპოლარებას ეწოდება დაპოლარება ელექტრული წანაცვლებით. ეს ტერმინი გამოიყენება აგრეთვე კოვალენტური ბმის მქონე დიელექტრიკებისთვისაც. პოლარული მოლეკულებისგან შემდგარ დიელექტრიკის დაპოლარებას ეწოდება ორიენტაციული დაპოლარება. დაბოლოს იონური ბმის მქონე კრისტალებში დაპოლარებას ეწოდება დაპოლარება იონური წანაცვლებით.

დიელექტრიკის პოლარიზაციის ხარისხის დასახასიათებლად შემოაქვთ ფიზიკური სიდიდე, რომელსაც პოლარიზაციის ვექტორი ეწოდება. პოლარიზაციის ვექტორი რიცხობრივად უდრის ნივთიერების მოცულობის ერთეულში ჯამურ დიპოლურ მომენტს. ამრიგად, თუ რომელიღაც წერტილის მახლობლად აღებულ ელემენტარულ ΔV მოცულობაში მოლეკულების ჯამური დიპოლური მომენტი არის $\sum \mathbf{p}_i$ (სადაც \mathbf{p}_i არის i -ური მოლეკულის მომენტი, ხოლო აჯამვა სრულდება ΔV მოცულობაში მოხვედრილი ყველა მოლეკულის მიხედვით), მაშინ განსაზღვრების თანახმად პოლარიზაციის ვექტორი \mathbf{P} განსაზღვრავს წერტილში გამოსახება შემდეგნაირად:

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_i \mathbf{p}_i}{\Delta V} \quad (2.19)$$

ველის ხასიათისა და დიელექტრიკის თვისებების მიხედვით დიელექტრიკის პოლარიზაცია სხვადასხვა წერტილში შეიძლება სხვადასხვა იყოს, ასე რომ პოლარიზაციის ვექტორი საზოგადოდ წარმოადგენს კოორდინატების ფუნქციას. ცდა გვიჩვენებს, რომ იზოტროპიული დიელექტრიკებისათვის, რომელთა განხილვითაც შემოვიფარგლებით, არც ისე ძლიერ ველებში პოლარიზაციის ვექტორი ელექტრული ველის დამახულობის პროპორციულია:

$$\mathbf{P} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (2.20)$$

ϵ კოეფიციენტი დამოკიდებულია ნივთიერების თვისებებზე და დიელექტრიკის მდგომარეობაზე, მას ნივთიერების დიელექტრიკული ამთვისებლობა ეწოდება. დიელექტრიკული ამთვისებლობის დამოკიდებულება ნივთიერების დამახასიათებელ ამა თუ იმ პარამეტრზე არსებითად განსხვავდება სხვადასხვა სახის დიელექტრიკში. მაგალითად, როგორც თეორია გვიჩვენებს, პოლარული მოლეკულების მქონე დიელექტრიკებში ϵ ტემპერატურის უკუპროპორციულია:

$$\epsilon \sim \frac{1}{T} \quad (2.21)$$

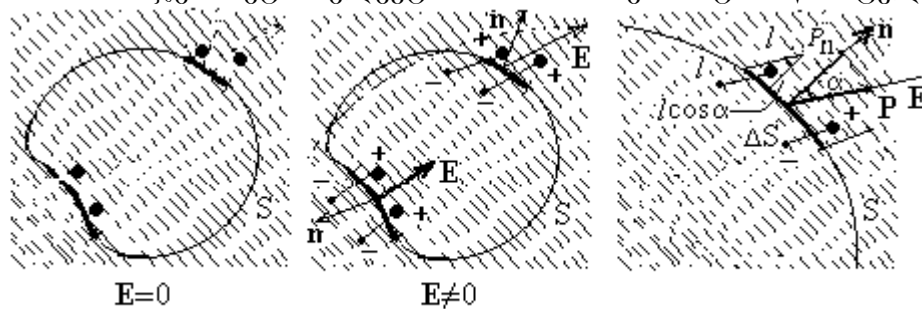
თეორიის ეს შედეგი ადვილადაა მისახვედრი თვისობრივად: ტემპერატურის გაზრდისას იზრდება სითბური მოძრაობის მადეზორიენტებული გავლენა, რის შედეგადაც იმავე

ელექტრული ველის მოქმედებისას მოლეკულების დიპოლური მომენტების უპირატესი ორიენტაცია ველის დაძაბულობის გასწვრივ უფრო სუსტად იქნება გამოსახული, რაც გამოიწვევს პოლარიზაციის ვექტორის შემცირებას. არაპოლარული მოლეკულებისგან შემდგარ დიელექტრიკებში პრაქტიკულად არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე.

როდესაც დიელექტრიკი არ იმყოფება გარე ელექტრულ ველში, მის თითოეულ წერტილში დადებითი და უარყოფითი მუხტები ერთიმეორეს აკომპენსირებენ, ასე რომ მუხტის სიმკვრივე ყველგან ნულის ტოლია. დიელექტრიკების პოლარიზაცია ელექტრულ ველში იწვევს მუხტების გადანაწილებას, რომლის დროსაც დიელექტრიკის ზედაპირზე (ზოგად შემთხვევაში შიგნითაც) წარმოიქმნებიან არაკომპენსირებული მუხტები, ეგრეთ წოდებული პოლარიზაციული ან ბმული მუხტები.

5. კავშირი პოლარიზაციის ვექტორსა და პოლარიზაციულ მუხტებს შორის.

სიმარტივისათვის დავეუშვათ, რომ მოცემულია არაპოლარული მოლეკულებისგან შემდგარი დიელექტრიკი. ამ შემთხვევაში მიღებული შედეგები მართებული იქნება ყველა იზოტროპიული დიელექტრიკებისათვის. განვიხილოთ დიელექტრიკის შიგნით S ზედაპირით შემოსაზღვრული არე (სურ. 28). პოლარიზაციის დროს დადებითი მუხტები წაინაცვლებიან დაძაბულობის ვექტორის მიმართულებით, ხოლო უარყოფითი მის საწინააღმდეგოდ. რადგან მოლეკულის ცენტრი ერთ ადგილზე რჩება, ხოლო პროტონის მასა მიახლოებით 2000-ჯერ მეტია ელექტრონის მასაზე, ამიტომ წაინაცვლებას



სურ. 28

სურ. 29

განიცდიან მხოლოდ უარყოფითი მუხტები. 28-ე სურათიდან ჩანს, რომ ზედაპირის იმ უბნებზე, სადაც დაძაბულობა შიგნით არის მიმართული, უარყოფითი მუხტების ნაწილი დატოვებს განსახილველ არეს, ხოლო იმ უბნებზე, სადაც დაძაბულობა მიმართულია გარეთ, არეში დამატებით შევა უარყოფითი მუხტი. როდესაც შესული და გამოსული მუხტები ერთმანეთის ტოლი არ არის, მაშინ არე შეიძენს q პოლარიზაციულ მუხტს.

თავდაპირველად გამოვიანგარიშოთ ის ელემენტარული მუხტი Δq , რომელსაც შეიძენს განსახილველი არე S ზედაპირის ცალკეულ ელემენტარულ ΔS უბნებზე მუხტის გადასვლის გამო. როგორც 29-სურათიდან ჩანს, სადაც ΔS უბანი მუქი ხაზით არის ნაჩვენები, ΔS უბანს გაივლიან იმ მოლეკულების უარყოფითი მუხტები, რომლებიც ΔS ფუძის ფართობისა და $l \cos \alpha$ სიმაღლის დახრილ პარალელოპიპედში იმყოფებიან. აქ l არის ელექტრული მუხტების წაინაცვლება მოლეკულაში, ხოლო α -კუთხე ზედაპირისადმი გაკლებულ ნორმალსა და დაძაბულობას შორის. ამ პარალელოპიპედის მოცულობა უდრის $l \cos \alpha \cdot \Delta S$ და მასში იმყოფება $n_0 l \cos \alpha \cdot \Delta S$ მოლეკულა, სადაც n_0 არის მოლეკულების კონცენტრაცია. თუ მოლეკულების ამ რაოდენობას გავამრავლებთ თითოეული მოლეკულის უარყოფითი მუხტის q აბსოლუტურ სიდიდეს ვიპოვით საძიებელი Δq მუხტის აბსოლუტურ სიდიდეს: $|\Delta q| = q n_0 l \cos \alpha \cdot \Delta S$. ამ გამოსახულებაში $q l = p$ არის მოლეკულის დიპოლური მომენტის სიდიდე, $q l n_0 = P$ - პოლარიზაციის ვექტორის სიდიდე, $q n_0 l \cos \alpha = P_n = P \cos \alpha$ - პოლარიზაციის ვექტორის გეგმილი Σ ზედაპირის გარე ნორმალზე. საბოლოოდ მივიღებთ:

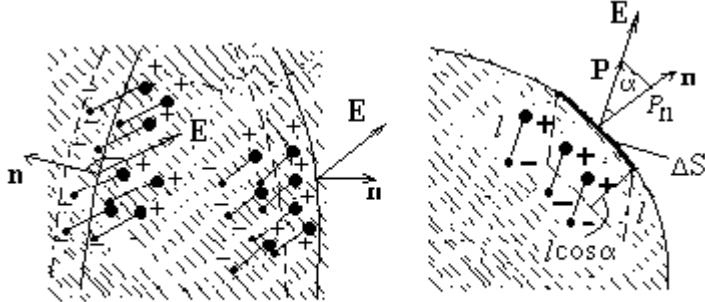
$$\Delta q = -P_n \Delta S \quad (2.22)$$

უარყოფითი ნიშანი ამ ფორმულაში იმის მაჩვენებელია, ზედაპირის იმ უბნებზე, სადაც $P_n > 0$, არე იძენს უარყოფით მუხტს $\Delta q < 0$. (2.22) გამოსახულებაში ინტეგრალის აღება მოგვცემს განსახილველი არის სრულ პოლარიზაციის რომელიც, როგორც ვხედავთ,

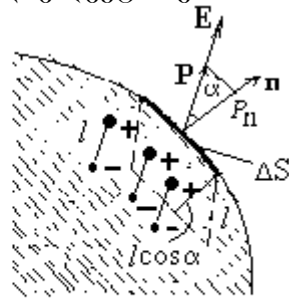
$$q' = -\int_S \mathbf{P} d\mathbf{S}, \quad (2.23)$$

უდრის პოლარიზაციის ვექტორის ნაკადს S ზედაპირზე საპირისპირო ნიშნით. აქ $d\mathbf{S}$ არის ვექტორი, რომლის სიდიდე უდრის dS ფართობს, ხოლო მიმართულება ემთხვევა ამ ფართობის მიმართ აღდგენილ ნორმალის მიმართულებას.

ახლა განვიხილოთ თუ რა მოვლენას აქვს ადგილი დიელექტრიკის ზედაპირის მახლობლად. როგორც 30-ე სურათიდან ჩანს დიელექტრიკის პოლარიზაციის დროს, ელექტრონების წანაცვლების შედეგად, მიკროსკოპულად თხელი ზედაპირის ახლო ფენაში (ის მჭიდროდ არის დაშტრიხული) აღმოჩნდებიან მხოლოდ ერთი ნიშნის მუხტები: დადებითები, სადაც დაძაბულობა მიმართულია დიელექტრიკიდან და უარყოფითი, სადაც დაძაბულობა მიმართულია დიელექტრიკში. მაკროსკოპულ თეორიაში ამ ფენის სისქე



სურ. 30



სურ. 31

უგულებელყოფილია, რადგან თვლიან, რომ ბმული მუხტები დიელექტრიკის ზედაპირზე არიან განლაგებული და მათი განაწილება აღწერილია პოლარიზაციული მუხტების σ' ზედაპირული სიმკვრივით.

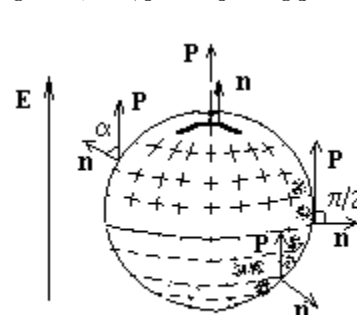
დავადგინოთ კავშირი σ' ზედაპირული სიმკვრივესა და პოლარიზაციის ვექტორს შორის. განვიხილოთ დიელექტრიკის

ზედაპირის ΔS ელემენტი და გამოვთვალოთ ამ ელემენტის მომიჯნავე ზედაპირის ახლომდებარე ფენაში $\Delta q'$ პოლარიზაციული მუხტი. 31-ე სურათზე, რომელზეც მოცემულია დიელექტრიკის კვეთა, ხოლო ΔS ელემენტი მუქი ხაზით არის გამოსახული, ეს მუხტი მოქცეულია ΔS ფართობის ფუძისა და $l \cos \alpha$ სიმაღლის პარალელოპიპედში. აქ l არის მუხტის წანაცვლების სიდიდე მოლეკულაში, ხოლო α -დაძაბულობის ვექტორსა და დიელექტრიკის ზედაპირის გარე ნორმალს შორის. გამოთვლები გვაძლევენ: $\Delta q' = q n_0 l \cos \alpha \cdot \Delta S = P_n \Delta S$. ამ გამოსახულებაში ნიშნის სისწორის დასადგენად მივმართო ისევ 31-ე სურათს. ზედაპირის იმ უბანზე, სადაც $P_n > 0$ აღიძვრება $\Delta q' > 0$ დადებითი მუხტი. თუ ამ მუხტს გავყოფთ ΔS -ზე, მივიღებთ პოლარიზაციული მუხტების σ' ზედაპირულ სიმკვრივეს:

$$\sigma' = P_n \quad (2.24)$$

ამრიგად, დიელექტრიკის ზედაპირის რომელიც წერტილში პოლარიზაციული მუხტების ზედაპირულ სიმკვრივე უდრის პოლარიზაციის ვექტორის გვემილს დიელექტრიკის ზედაპირის იმავე წერტილში აღებულ გარე ნორმალზე. უნდა აღინიშნოს, რომ დიელექტრიკის პოლარიზაციის დროს ყოველთვის აღიძვრება ზედაპირული პოლარიზაციული მუხტები, იმ დროს როდესაც მოცულობითი პოლარიზაციული მუხტები აღიძვრება მხოლოდ არაერთგვაროვან დიელექტრიკებში.

მაგალითად, 32-ე სურათზე გამოსახულია ზედაპირული პოლარიზაციული მუხტების განაწილება ერთგვაროვან დაპოლარებულ ($\mathbf{P} = \text{const}$) დიელექტრიკულ სფეროზე. მუხტის



სურ. 32

“+” და “-” ნიშნების ზომები σ' სიდიდის პროპორციულია ზედაპირის შესაბამის წერტილებში. ნახევარსფეროზე, სადაც კუთხე α გარე ნორმალსა და პოლარიზაციის ვექტორს შორის მახვილია ($\alpha < \pi/2$), $P_n > 0$ და (2.24) გამოსახულების თანახმად $\sigma' > 0$. მეორე ნახევარსფეროზე ($\alpha > \pi/2$), $P_n < 0$ და ე.ი.

$\sigma < 0$. მაქსიმალურია “წვერობზე” ($\alpha=0, \alpha=\pi$), რადგან ამ წერტილებში $|P_n|=P$, ხოლო “ეკვატორზე” ნულის ტოლია, რადგან აქ $P_n=0$. არც სფეროს შიგნით და არც ნებისმიერ ერთგვაროვან დიელექტრიკში მოცულობითი პოლარიზაციული მუხტები არ აღიძვრება.

§ 6. ელექტროსტატიკური ველი ნივთიერებაში

ელექტროსტატიკის ძირითადი ამოცანაა ვიპოვოთ დამუხტულ გამტართა სისტემისა და ნეიტრალური დიელექტრიკების მიერ აღძრული ველი. რადგან დიელექტრიკის პოლარიზაციის დროს აღძრული პოლარიზაციული მუხტები თვითონ ქმნიან ველს, ამიტომ სივრცის თითოეულ წერტილში ველის დაძაბულობა ორი ნაწილისგან შედგება: გამტარის თავისუფალი მუხტებით შექმნილი ველის \mathbf{E}^0 დაძაბულობისა და დიელექტრიკის პოლარიზაციული მუხტებით განპირობებული ველის \mathbf{E}' დაძაბულობისაგან:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}' \quad (2.25)$$

აქ ხაზი უნდა გაესვას ერთ გარემოებას, რომ საზოგადოდ ამოცანების ამოხსნის დროს სუპერპოზიციის პრინციპი არ არის მართებული. საქმე იმაშია, რომ მისი გამოყენება გულისხმობს მუხტების ცნობილ განაწილებას გარემოში, იმ დროს როდესაც გამტარის ზედაპირზე თავისუფალი მუხტებისა და დიელექტრიკში პოლარიზაციული მუხტების განაწილება საძიებელი ველით განისაზღვრება (იხ. ფორმულები 2.1, 2.20, 2.23, 2.24) და წინასწარ არ არის ცნობილი (გამონაკლის წარმოადგენს ის შემთხვევები, როდესაც მუხტის განაწილება შეიძლება დადგინდეს სიმეტრიის მოსაზრებიდან ან კიდევ მოცემულია წერტილოვანი მუხტების სისტემა). ამიტომ ველის საპოვნელად უნდა მივმართოთ ელექტროსტატიკის განტოლებებს. თეორემა ცირკულაციის შესახებ (1.30) ინარჩუნებს თავის სახეს და არ არის დამოკიდებული ამა თუ იმ ნივთიერების არსებობაზე, ხოლო გაუსის თეორემა ნაკადის შესახებ ისე შეიძლება დაკონკრეტდეს, რომ მასში პოლარიზებული მუხტების ნაცვლად წარმოადგენილი იყოს დიელექტრიკული გარემოს მახასიათებლები. აღვნიშნოთ, რომ ელექტროსტატიკური ველის თეორიაში გამტარ გარემოთა მახასიათებლები საერთოდ არ ფიგურირებენ, რადგან წინასწარობის პირობებში გამტარის ზედაპირზე მუხტების განაწილება არ არის დამოკიდებული გამტარის ნივთიერებაზე და მხოლოდ მისი გეომეტრიული ზომებით და ფორმით განისაზღვრება.

1. გაუსის თეორემა დიელექტრიკის არსებობის დროს. გაუსის თეორემა (1.15) ჩავწეროთ ნებისმიერი შეკრული S ზედაპირისათვის, რომლის შიგნით შეიძლება აღმოჩნდეს როგორც q^0 თავისუფალი, ასევე q' პოლარიზაციული მუხტები:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_i q_i^0 + \sum_i q_i' \right) \quad (2.26)$$

ვისარგებლოთ (2.10) ფორმულით და მაჯვნივ მყოფი ჯამური პოლარიზაციული მუხტი გამოვსახოთ პოლარიზაციის ვექტორის ნაკადით:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_i q_i^0 - \oint \mathbf{P} d\mathbf{S} \right)$$

ან

$$\oint (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) d\mathbf{S} = \sum_i q_i^0 \quad (2.27)$$

შემოვიღოთ ვექტორი

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.28)$$

ამ ვექტორს ელექტრული წანაცვლების ვექტორი ეწოდება ან ელექტროსტატიკური ინდუქციის ვექტორი. ახლა გაუსის თეორემა მიიღებს შემდეგ სახეს:

$$\oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = \sum_i q_i^0 \quad (2.29)$$

მარჯვნივ დაგვრჩა მხოლოდ S ჩაკეტილი ზედაპირის შიგნით მყოფი თავისუფალი მუხტების ჯამი, ხოლო მარცხნივ დაძაბულობის ვექტორის ნაცვლად ელექტრული წანაცვლების ვექტორის ნაკადი S ზედაპირზე. მივიღეთ გაუსის თეორემის უზოგადესი სახე ინტეგრალური ფორმით.

2. წანაცვლების ვექტორის თვისებები. განვიხილოთ ელექტრული წანაცვლების ვექტორის ზოგიერთი თვისება. იზოტროპიული დიელექტრიკებისათვის წანაცვლების ვექტორი ისევე, როგორც პოლარიზაციის ვექტორი ველის დაძაბულობის პროპორციულია. მართლაც (2.20) ჩასმა (2.28)–ში მოგვცემს:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \epsilon_0 \mathbf{\kappa} \mathbf{E} = \epsilon_0 (1 + \mathbf{\kappa}) \mathbf{E} \quad (2.30)$$

სადაც

$$\epsilon = 1 + \mathbf{\kappa} \quad (2.31)$$

სიდიდეს ეწოდება ნივთიერების ფარდობითი დიელექტრიკული შეღწევადობა. ვინაიდან ყოველთვის $\mathbf{\kappa} \geq 0$, ამიტომ ნებისმიერი დიელექტრიკისათვის $\epsilon \geq 1$. (2.18)–ის გათვალისწინებით კავშირი \mathbf{D} და \mathbf{E} ვექტორებს შორის (2.17)–ის თანახმად გამოისახება შემდეგნაირად:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} \quad (2.32)$$

ელექტრული წანაცვლების ვექტორი ისევე, როგორც დაძაბულობის ვექტორი სივრცის თითოეულ წერტილშია განსაზღვრული და ქმნის ვექტორულ ველს. (2.32)–ის თანახმად სივრცის ყოველ წერტილში \mathbf{D} და \mathbf{E} ვექტორების მიმართულება თანხვედნილია, ამიტომ \mathbf{D} ვექტორის ძალწირები ფორმით იგივეა, რაც დაძაბულობის ვექტორის ძალწირები. თუ გავიხსენებთ პირობას ძალწირების სიმკვრივის შესახებ, შევამჩნევთ, რომ (2.32)–ის თანახმად \mathbf{D} ვექტორის ძალწირების სიმკვრივე $\epsilon_0 \epsilon$ მამრავლით მეტია \mathbf{E} ვექტორის ძალწირების სიმკვრივეზე.

\mathbf{D} ვექტორის ძალწირების ძირითადი თვისება მდგომარეობს იმაში, რომ ისინი უწყვეტნი არიან არა მხოლოდ დამუხტული სხეულების გარეთ, არამედ იმ ადგილებში, სადაც პოლარიზაციული მუხტებია; ისინი განიცდიან წყვეტას მხოლოდ თავისუფალ მუხტებზე, იმ დროს როდესაც დაძაბულობის ძალწირები წყვეტას განიცდიან როგორც თავისუფალ ისე პოლარიზაციულ მუხტებზე.

ვაკუუმის ნებისმიერ წერტილში $\mathbf{P} = 0$ და (2.28)–ის თანახმად $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ ე.ი. სხეულების გარეთ წანაცვლების ვექტორი ϵ_0 მამრავლის სიზუსტით ემთხვევა დაძაბულობის ვექტორს.

დიელექტრიკის შიგნით \mathbf{D} ვექტორის ფიზიკური არსის გასაგებად ჩამოვაყალიბოთ (არც ისე ზოგადად) შემდეგი თეორემა: თუ დიელექტრიკი ერთგვაროვანია და მთლიანად ავსებს სივრცეს ორ ეკვიპოტენციურ ზედაპირს შორის მაშინ ყველგან დიელექტრიკის შიგნით

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}^0 \quad (2.33)$$

ანუ წანაცვლების ვექტორი ϵ_0 მამრავლის სიზუსტით ემთხვევა დაძაბულობის ვექტორს, რომლებსაც ქმნიან მხოლოდ თავისუფალი მუხტები. (2.24) გამოსახულებიდან (2.32)–ის გათვალისწინებით გამომდინარეობს, რომ დიელექტრიკის შიგნით:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}^0}{\epsilon} \quad (2.34)$$

განხილულ შემთხვევაში შეიძლება დამტკიცდეს, რომ პოლარიზაციული მუხტები ისე გადანაწილდებიან დიელექტრიკის ზედაპირზე, რომ მათ მიერ შექმნილი ველი განსხვავებული იქნება ნულისაგან მხოლოდ დიელექტრიკის შიგნით. ამიტომ დიელექტრიკის შეტანა არ შეცვლის თავისუფალი მუხტების თავდაპირველ გადანაწილებას სივრცეში და ამის შედეგად მათ მიერ შექმნილ ველსაც. ასე, რომ (2.34) ფორმულაში \mathbf{E}^0 არის იმ ველის \mathbf{E}_0 დაძაბულობა, რომელიც არსებობდა დიელექტრიკის შეტანამდე. ამრიგად (2.34) ფორმულა იმის აღმნიშვნელია, რომ ეკვიპოტენციურ

ზედაპირებს შორის სივრცის ერთგვაროვანი დიელექტრიკით შევსებით დაძაბულობა ამ არეში შემცირდება ϵ -ჯერ:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{\epsilon} \quad (2.35)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ დიელექტრიკის შიგნით ნებისმიერ ორ წერტილს შორის პოტენციალთა სხვაობაც ϵ -ჯერ შემცირდება. (1.27) და (2.35) ფორმულების გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \frac{\mathbf{E}_i^{(0)}}{\epsilon} \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{\epsilon} \int_1^2 \mathbf{E}_i^{(0)} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\varphi_1^{(0)} - \varphi_2^{(0)}}{\epsilon} \quad (2.36)$$

აქ ჩამოყალიბებული თეორემა შეიძლება გამოყენებული იქნეს დიელექტრიკით შევსებული კონდენსატორისათვის, რადგან კონდენსატორის შემონაფენები ეკვიპოტენციურ ზედაპირებს წარმოადგენენ.

თეორემა მართებულია იმ გამტარებისთვისაც, რომლებიც იმყოფებიან პრაქტიკულად უსაზღვრო თხევად ან აირისებრ დიელექტრიკში, ვინაიდან გამტარების ზედაპირები ეკვიპოტენციური ზედაპირებია, ხოლო დიელექტრიკის უშორეს ზედაპირზე პოლარიზაციული მუხტების გავლენა უგულვებელყოფილია.

თავი III

მუდმივი მაგნიტური ველი

§ 7. მაგნიტური ინდუქციის ვექტორი

ცდები გვიჩვენებენ, რომ გამტარები, რომლებშიც გადის ელექტრული დენი, ურთიერთქმედებენ, ეს ურთიერთქმედება ხორციელდება მაგნიტური ველის მეშვეობით: დენიანი გამტარები სივრცეში ქმნიან მაგნიტურ ველს, რომელიც მოქმედებს ამ ველში მოთავსებულ ნებისმიერ დენიან გამტარზე. როდესაც გამტარში დენი მუდმივია, ხოლო თვითონ გამტარი უძრავი, მაშინ მის მიერ აღძრული მაგნიტური ველის თვისებები სივრცის ყოველ წერტილში არ არის დამოკიდებული დროზე. ამ თავში შევისწავლით ასეთ მაგნიტურ ველს, როდესაც მასში არ იქნება განლაგებული მაგნიტური თვისებების მქონე სხვა სხეულები. მუდმივი მაგნიტური ველის თეორიის სქემა შესწავლის იგივეა, რაც გვექონდა ელექტროსტატიკური ველის დროს.

1. დენის ელემენტი. ძალური ველის თეორიაში ფუნდამენტურ როლს თამაშობს ცნება ელემენტარული წყაროს შესახებ. გრავიტაციული ველის თეორიაში ეს არის m მასის ნივთიერი წერტილი, ელექტრისტატიკაში – q წერტილოვანი მუხტი. მაგნიტური ველის თეორიაში ანალოგიურ როლს თამაშობს წვრილი დენიანი გამტარის მცირე მონაკვეთი, რომელიც ხასიათდება ვექტორული ფიზიკური სიდიდით და მას დენის ელემენტი ეწოდება. დენის ელემენტი არის ვექტორი, რომლის აბსოლუტური სიდიდე უდრის I დენის ნამრავლს გამტარის უბნის $d\mathbf{l}$ სიგრძეზე, ხოლო მიმართულება ემთხვევა დენის ძალის მიმართულებას: $I d\mathbf{l}$.

2. მაგნიტური ინდუქციის ვექტორი. მაგნიტური ველის ძირითადი მახასიათებლის–ინდუქციის ვექტორის განსზღვრისათვის იქცევითან ზუსტად ისე, როგორც ელექტრული ველის დაძაბულობის ვექტორის განსზღვრის დროს. განვიხილოთ მუდმივ დენიანი უძრავი გამტარებისაგან შემდგარი სისტემა, რომელიც ქმნის ჩვენს მიერ გამოსაკვლევ მაგნიტური ველს და განვსაზღვროთ ის $d\mathbf{F}$ ძალა, რომელიც მოქმედებს ველის მოცემულ წერტილში მოთავსებულ $I_0 d\mathbf{l}_0$ “სასინჯ დენის ელემენტზე”. დენის ელემენტის დასამზადებლად საკმარისია ავიღოთ წვრილი ხისტი გამტარის მცირე მონაკვეთი, რომელსაც დავკვიდავთ საკმაოდ მოქნილ მიმყვან სადენებზე. გარდა ამისა,

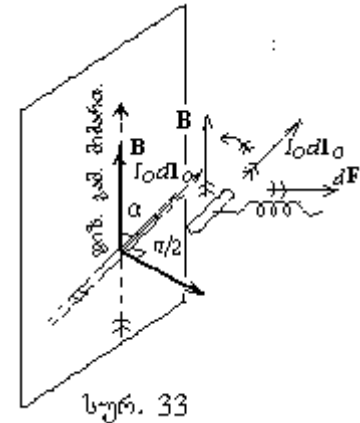
იმისათვის, რომ არ გავითვალისწინოთ მიმყვან სადენებში გამავალი დენის მაგნიტური ველის მოქმედება დენის ელემენტზე, დენის ძალა მათში უნდა იყოს საკმაოდ მცირე.

ასეთი და მისი მსგავსი ცდებით მივდივართ იმ დასკვნამდე, რომ dF ძალა დენის ელემენტის აბსოლუტური სიდიდის პროპორციული იქნება $dF \sim I_0 dl_0$ (ელექტროსტატიკაში $F \sim q_0$), და გარდა ამისა დამოკიდებული იქნება მის ორიენტაციაზე (დენის ელემენტი ვექტორული სიდიდეა!). კერძოდ, dF ძალის სიდიდე B ვექტორსა და დენის ელემენტის მიმართულებებს შორის α კუთხის სინუსის პროპორციულია:

$$dF = BI_0 dl_0 \sin \alpha \quad (3.1)$$

სადაც B არის პროპორციულობის კოეფიციენტი, რომელიც დამოკიდებულია ველის იმ წერტილის თვისებებზე, რომელშიც მოთავსებულია სასინჯი დენის ელემენტი და არ არის დამოკიდებული დენის ელემენტის ორიენტაციაზე და სიდიდეზე. გარდა ამისა dF ძალის მიმართულება, დენის ელემენტის მიმართულება და B ვექტორის მიმართულება ერთმეორესთან მარჯვენა ბურღის წესით არიან დაკავშირებული: თუ ბურღის სახელურს ვაბრუნებთ (უმცირესი კუთხის მხრიდან) დენის ელემენტიდან B ვექტორისკენ, მაშინ ბურღის გადატანითი (ბურღის წვეროს) მოძრაობა განსაზღვრავს dF ძალის მიმართულებას (სურ. 33). აქედან გამომდინარე dF ძალა შეიძლება ჩავეწეროთ $I_0 dl_0$ და B ვექტორების ვექტორული ნამრავლის სახით:

$$dF = [I_0 dl_0; B] \quad (3.2)$$



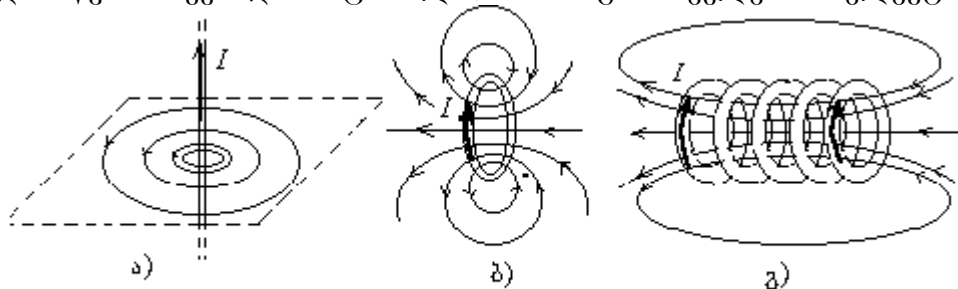
სურ. 33

B ვექტორის განსაზღვრიდან ვრწმუნდებით, რომ ის არ არის დამოკიდებული სასინჯი დენის ელემენტის არც სიდიდეზე და არც მის ორიენტაციაზე, ე.ი. წარმოადგენს ველის მახასიათებელს. როდესაც დენის ელემენტის მიმართულება ემთხვევა B ვექტორის მიმართულებას ($\alpha=0; \pi$) dF ძალა ნულის ტოლია, ხოლო როდესაც დენის ელემენტი B ვექტორის პერპენდიკულარულია ($\alpha=\pi/2, \sin \alpha=1$) dF ძალა მაქსიმალურია $dF_{\max} = I_0 dl_0 \cdot B$, ასე რომ

$$B = \frac{dF_{\max}}{I_0 dl_0} \quad (3.3)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ მაგნიტური ინდუქციის ვექტორი რიცხობრივად უდრის ერთეულოვან დენის ელემენტზე ($I_0=1$ ა, $dl_0=1$ მ) მოქმედ მაქსიმალურ ძალას. SI სისტემაში მაგნიტური ინდუქციის საზომ ერთეულად მიღებულია 1 ტლ (ტესლა).

როგორც ნებისმიერი ვექტორული ველი მაგნიტური ველიც შეიძლება წარმოდგენილი იყოს მაგნიტური ინდუქციის ძალწირების დახმარებით. მაგრამ მაგნიტური ინდუქციის ძალწირების განლაგების სურათი არსებითად განსხვავდება ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობის ძალწირების განლაგების სურათიდან, რაც ამ ველების თვისებების განსხვავებით არის გამოწვეული. იმ დროს, როდესაც ელექტროსტატიკური ველის დაძაბულობის ძალწირები გამოდიან და მთავრდებიან მუხტებზე, მაგნიტური ინდუქციის წირებს არც დასაწყისი აქვს და არც ბოლო, ისინი გარს ევლებიან ელექტრულ დენებს



სურ. 34

და შეკრულ წირებს წარმოადგენენ. მაგნიტური ინდუქციის წირების ეს თვისება კარგად ჩანს 34-ე სურათზე, სადაც გამოსახულია წრფივი უსასრულო დენიანი გამტარის (ა), წრიული დენის (ბ) დენიანი კოჭას (გ) მაგნიტური ველები. ვექტორულ ველს, რომლის წირები ჩაკეტილია, გრიგალური ველი ეწოდება. ამრიგად მუდმივი მაგნიტური ველი, ელექტროსტატიკური ველისაგან განსხვავებით, რომლის წირები არ არის ჩაკეტილი, გრიგალურია.

3. სუპერპოზიციის პრინციპი. ისმის კითხვა, როგორ გამოვიანგარიშოთ თეორიულად ველის მაგნიტური ინდუქცია, როდესაც ცნობილია ამ ველის აღმქრელი დენების განაწილება სივრცეში. გავიხსენოთ, რომ ელექტროსტატიკაში ანალოგიური პრობლემის გადასაჭრელად ანუ ველის დაძაბულობის გამოსათვლელად გამოვიყენეთ სუპერპოზიციის პრინციპი (იხ. 1.10). ცდები გვიჩვენებენ, რომ ანალოგიურ პრინციპს ადგილი აქვს მაგნიტური ველის შემთხვევაშიც: ველის ყოველ წერტილში დენიანი გამტარების სისტემის მიერ შექმნილი მაგნიტური ველის ინდუქცია უდრის სისტემის ცალკეული ნაწილის მიერ შექმნილი ველის მაგნიტური ინდუქციების ვექტორულ ჯამს. კერძოდ, თუ გამტარებს გონების თვალთ დავეყოთ დენის უსასრულო მცირე ელემენტებად მაშინ:

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} \quad (3.4)$$

სადაც $d\mathbf{B}$ არის დენის ცალკეული ელემენტებით განპირობებული ველის მაგნიტური ინდუქცია, ხოლო ინტეგრება სრულდება სისტემის ყველა ელემენტით,

4. დენის ელემენტის მაგნიტური ველი. ამრიგად ამოცანა დაიყვანება იმ ველის მაგნიტური ინდუქციის ფორმულის მიღებაზე, რომელსაც ქმნის დენის ცალკეული ელემენტი. ცხადია, რომ პირდაპირი ცდების ჩატარებას აზრი ეკარგება, რადგან ბუნებაში პრინციპულად იზოლირებული დენის ელემენტი ვერ ხორციელდება. ამიტომ საძიებელი ფორმულა დადგენილი იქნა ირიბი გზით, სხვადასხვა ფორმის და სასრული სიგრძის გამტარების მიერ შექმნილი მაგნიტური ველების ანალიზით. ამ ფორმულით გამოსატულ კანონს ბიო-სავარ-ლაპლასის კანონი ეწოდება:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{[\mathbf{Idl} \cdot \mathbf{r}]}{r^3} \quad (3.5)$$

ამ ფორმულაში \mathbf{r} არის რადიუს-ვექტორი, რომელიც გავლებულია \mathbf{Idl} დენის ელემენტიდან იმ წერტილში, სადაც განისაზღვრება $d\mathbf{B}$ ვექტორი (სურ. 35). μ_0 -ს მაგნიტური მუდმივა ეწოდება:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ ჰნ} \quad (3.6)$$

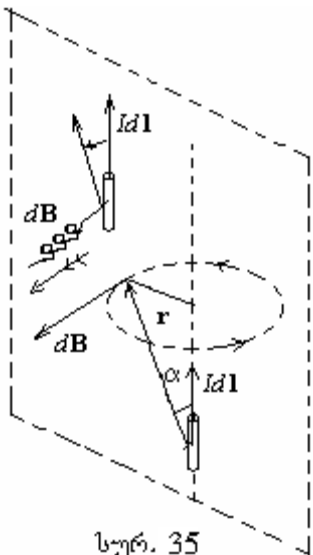
(3.5)-ის თანახმად $d\mathbf{B}$ ვექტორის მოდულისთვის მივიღებთ:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \alpha}{r^2} \quad (3.7)$$

სადაც α არის კუთხე \mathbf{Idl} დენის ელემენტსა და \mathbf{r} არის რადიუს-ვექტორს შორის, ხოლო $d\mathbf{B}$ ვექტორის მიმართულება ემთხვევა $[\mathbf{Idl} \cdot \mathbf{r}]$ ვექტორული ნამრავლის მიმართულებას და განისაზღვრება ბურღის წესით (სურ. 35). შევნიშნოთ, რომ $d\mathbf{B}$ სიდიდე დამოკიდებულია არა მარტო r მანძილზე, არამედ α კუთხეზეც: წრფის იმ წერტილებში, რომლებიც დენის ელემენტის გაგრძელებაზე მდებარეობენ ($\alpha=0$) მაგნიტური ინდუქცია ნულის ტოლია და იზრდება α კუთხის $\pi/2$ -მდე ზრდის დროს, თუ რა თქმა უნდა მხედველობაში გვქვანება დენის ელემენტთან თანაბრად დაშორებული წერტილები.

სუპერპოზიციის პრინციპი (3.4) ბიო-სავარ-ლაპლასის კანონთან ერთად (3.5) საშუალებას გვაძლევს გამოვთვალოთ ნებისმიერი დენიანი გამტარების მაგნიტური ველი.

5. წრფივი დენიანი გამტარის მაგნიტური ველი. განვიხილით წვრილი დენიანი გამტარის წრფივი უბანი. გამოვთვალოთ ამ წრფივი უბნის მიერ შექმნილი მაგნიტური ველის ინდუქცია. მანძილი გამტარიდან იმ წერტილამდე, სადაც ველებთ ველს,



აღნიშნოთ b -თი, ხოლო x ღერძი გავავლოთ გამტარის გასწვრივ სათავით O წერტილში (სურ. 36). x კოორდინატის მქონე $dl=dx$ სიგრძის გამტარის ელემენტის მიერ, დაკვირვების წერტილში აღძრული ველის მაგნიტური ინდუქციის ვექტორის სიდიდე (3.7) კანონის თანახმად იქნება

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I dx \sin \alpha}{r^2}$$

(3.5) ფორმულის თანახმად, ბურღის წესის გამოყენებით, დავადგენთ, რომ გამტარის ყოველი მცირე ელემენტის მიერ წარმოქმნილი dB ვექტორები მიმართული იქნებიან სურათისკენ. ამის გამო ჯამურ B ვექტორს იგივე მიმართულება ექნება, ხოლო მისი აბსოლუტური სიდიდე ყველა დ აბსოლუტური სიდიდეების ჯამის ტოლია, ე.ი. გამოსახება განსაზღვრული ინტეგრალით:

$$B = \int dB = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} dx$$

ამ ინტეგრალის გამოსაანგარიშებლად გადავიდეთ ინტეგრების ახალ ცვლადზე; კერძოდ α კუთხეზე, რომლითაც იქნება გამოსახული r და dx . 36-ე სურათიდან ჩანს, რომ $x = b \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) = -b \operatorname{ctg} \alpha$, საიდანაც

$$dx = b \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha} \quad \text{და} \quad r = \frac{b}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{b}{\sin \alpha}. \quad \text{ამრიგად}$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (3.8)$$

სადაც α_1 და α_2 წარმოადგენენ განხილული გამტარის წრფივი უბნის ბოლოების α კუთხის ზღვრულ მნიშვნელობებს.

უსასრულო წრფივი გრძელი გამტარისათვის $\alpha_1 \rightarrow 0$, ხოლო $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ასე რომ

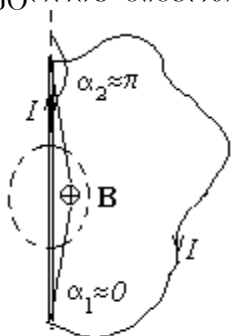
$$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi b} \quad (3.9)$$

ეს ფორმულა მიახლოებით აღწერს ველს სასრული ზომების ჩაკეტილი გამტარის წრფივი უბნის შუაგულის მახლობელ არეში, როდესაც გამტარის დანარჩენი უბნები იმდენად არიან დაშორებული ამ უბნიდან, რომ მათ მიერ შექმნილი ველი შეიძლება უგულებელვყოთ (სურ. 37, სადაც აღნიშნული არე პირობითად წყვეტილი ხაზით არის შემოსაზღვრული).

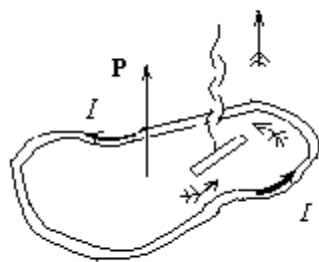
6. წრიული დენიანი გამტარის მაგნიტური ველი. შეკრული დენიანი გამტარი ხასიათდება p მაგნიტური მომენტის ვექტორით, რომლის სიდიდე ბრტყელი კონტურების შემთხვევაში უდრის I დენის ძალის ნამრავლს S ფართობზე:

$$p = IS, \quad (3.10)$$

ხოლო მიმართულია კონტურის სიბრტყის პერპენდიკულარულად და დენის მიმართულებასთან ბურღის წესით არის დაკავშირებული. თუ ბურღის სახელურს ვაბრუნებთ დენის მიმართულებით, მაშინ ბურღის გადატანითი მოძრაობა განსაზღვრავს p ვექტორის მიმართულებას (სურ. 38).



სურ. 37



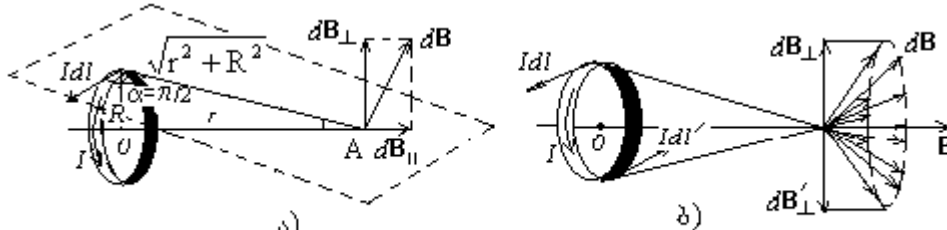
სურ. 38

ვიპოვოთ წრეწირის ფორმის დენიანი კონტურის მიერ შექმნილი ველის მაგნიტური ინდუქციის ვექტორი. სიმარტივისათვის შემოვიფარგლოთ სივრცის იმ წერტილებს განხილვით, რომლებიც კონტურის ღერძზე მდებარეობენ. ხვიის რადიუსი აღნიშნოთ R -ით, მასში გამავალი დენი იყოს I , ხოლო მანძილი ხვიის სიბრტყიდან იმ

წერტილამდე, სადაც უნდა განისაზღვროს ველი r -ით (სურ.39, ა). ცალკეული Idl დენის ელემენტით განპირობებული მაგნიტური ინდუქციის $d\mathbf{B}$ ვექტორი (3.5)-ის თანახმად იმ სიბრტყის პერპენდიკულარულია, რომელიც გადის დენის ელემენტზე და ამ ელემენტისა და დაკვირვების წერტილის შემაერთებელ მონაკვეთზე (სურათზე ეს სიბრტყე წყვეტილი ხაზით არის გამოსახული). $d\mathbf{B}$ ვექტორის აბსოლუტური სიდიდე (3.7)-ის თანახმად უდრის

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{r^2 + R^2}, \quad \text{სადაც } \sqrt{r^2 + R^2} \text{ არის მანძილი დენის ელემენტიდან დაკვირვების}$$

წერტილამდე, ხოლო $\sin\alpha=1$. რადგან $\alpha=\pi/2$, ადვილი მისახვედრია, რომ ხვიას ყოველი მცირე ელემენტით განპირობებული $d\mathbf{B}$ ვექტორები კონუსურ ზედაპირზე განლაგდებიან (სურ. 39, ბ). ამ ვექტორების შესაკრებად თითოეული მათგანი



სურ. 39

წარმოვიდგინოთ, როგორც ორი მდგენელის ჯამი: კონტურის ღერძის გასწვრივ მიმართული $d\mathbf{B}_{\parallel}$ ვექტორით და ამ ღერძის მართობი $d\mathbf{B}_{\perp}$ ვექტორით. შეკრების დროს $d\mathbf{B}_{\perp}$ ვექტორები წყვილწყვილად აბათილებენ ერთმანეთს, რადგან ერთნაირი სიგრძის Idl და Idl' დიამეტრალურად საპირისპიროდ განლაგებული დენის ელემენტების შესაბამისი $d\mathbf{B}_{\perp}$ და $d\mathbf{B}'_{\perp}$ ვექტორები სიდიდით ერთმანეთის ტოლია, ხოლო მიმართულებით საპირისპირო (სურ. 39, ბ). ამრიგად საძიებელი \mathbf{B} ვექტორი განისაზღვრება ყველა $d\mathbf{B}_{\parallel}$ ვექტორების ჯამით. ის მიმართული იქნება ხვიას ღერძის გასწვრივ და სიდიდით არის

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B}_{\parallel}.$$

$d\mathbf{B}_{\parallel}$ სიდიდეს ადვილად გამოვთვლით მართკუთხა სამკუთხედების მსგავსობიდან (სურ. 39, ა):

$$\frac{dB_{\parallel}}{B} = \frac{R}{\sqrt{r^2 + R^2}}, \quad \text{საიდანაც } dB_{\parallel} = B \frac{R}{\sqrt{r^2 + R^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IRdl}{(r^2 + R^2)^{3/2}}$$

ამ გამოსახულების ინტეგრება მოგვცემს:

$$B = \int d\mathbf{B}_{\parallel} = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IRdl}{(r^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{IR \cdot 2\pi R}{(r^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2}{(r^2 + R^2)^{3/2}}$$

რადგან $p=IR^2$ არის ხვიას მაგნიტური მომენტის სიდიდე, საბოლოოდ მივიღებთ:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\mathbf{p}}{(r^2 + R^2)^{3/2}} \quad (3.11)$$

ამ ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ ველი მაქსიმალურია კონტურის ცენტრში ($r=0$) და მანძილის გაზრდით მცირდება. საკმაოდ დაშორებული წერტილებისათვის, როდესაც შეიძლება R^2 -ის უგულებელყოფა r^2 -თან შედარებით, მივიღებთ მიახლოებით ფორმულას:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\mathbf{p}}{r^3} \quad (3.12)$$

შეიძლება დამტკიცდეს, რომ ეს ფორმულა მართებულია ნებისმიერი ფორმის კონტურისათვის. აღსანიშნავია, რომ ამ ფორმულას იგივე სახე აქვს, რაც დიპოლის ელექტრული ველის დაძაბულობის ფორმულას (2.2) დიპოლის ღერძის $\vartheta=0$ და $\vartheta=\pi$ წერტილებისათვის. აზრობრივი ანალოგია დიპოლსა და დენიან კონტურს შორის ადვილად მტკიცდება მათი ყოფაქცევის ხასიათით გარე ველში მოთავსებისას.

7. მუდმივი მაგნიტური ველის განტოლებები ვაკუუმში ინტეგრალური სახით.

თავდაპირველად განვიხილოთ თეორემა მაგნიტური ინდუქციის ნაკადის შესახებ. განვიხილოთ ნებისმიერი მუდმივ დენიანი გამტარების მიერ შექმნილი მაგნიტური ველი. როგორც უკვე ვიცით ამ ველის ძალწირები შეკრულ წირებს წარმოადგენენ (მაგნიტური ველი გრივალურია), ამიტომ თუ განვიხილავთ ასეთ ველში ნებისმიერ შეკრულ ზედაპირს, მასში შესული და გამოსული ძალწირების რაოდენობა ერთი და იგივე იქნება. აქედან გამომდინარე ჯამში ძალწირების ან რაც იგივეა \mathbf{B} ინდუქციის ნაკადი შეკრულ ზედაპირზე ნულის ტოლი აღმოჩნდება. ეს ფაქტი შეიძლება ჩაიწეროს ინტეგრალური სახით:

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0 \quad (3.13)$$

მაგნიტური ინდუქციის ნაკადი შეკრულ ზედაპირზე ნულის ტოლია. ამ თეორემიდან უშუალოდ გამომდინარეობს მაგნიტური ინდუქციის წირების უწყვეტობა. მაგნიტურ ველში არ არსებობენ წერტილები, სადაც თავს იყრიან ძალწირები, მსგავსად იმისა, რასაც ადგილი აქვს ელექტროსტატიკაში. ამიტომ ამბობენ, რომ ბუნებაში მაგნიტური მუხტები არ არსებობენ.

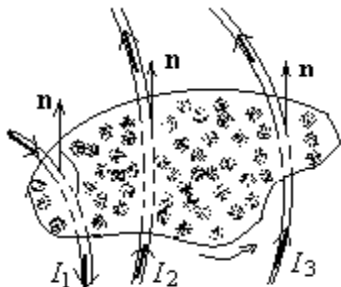
ახლა ჩამოვაყალიბოთ თეორემა მაგნიტური ველის ინდუქციის ცირკულაციის შესახებ. მაგნიტური ინდუქციის ცირკულაცია შეკრულ L კონტურზე, მუდმივი მამრავლის სიზუსტით, უდრის ამ კონტურით შემოსაზღვრული S ზედაპირის გამჭოლი დენების ალგებრულ ჯამს (სურ. 40). ამ თეორემის დასამტკიცებლად, სიმარტივისათვის, გავიხსენოთ უსასრულო სიგრძის წრფივი დენიანი გამტარის მაგნიტური ველის ინდუქციის ფორმულა (3.9). განმარტების თანახმად ვექტორის ცირკულაცია L კონტურის გასწვრივ ტოლი იქნება

$$\oint_L \mathbf{B} dl = \int_L B_r dl = \int_L \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \int_L dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \cdot 2\pi R = \mu_0 I$$

აქ R არის ერთი მხრივ მანძილი დენიანი გამტარიდან იმ წერტილამდე, სადაც ველები ველს და მეორეს მხრივ წრიული ძალწირის რადიუსია. ეს შედეგი მივიღეთ ერთი დენიანი გამტარისათვის. n რაოდენობის დენიანი გამტარებისთვის, როდესაც ისინი დისკრეტულად არიან განაწილებული მოცემული S ფართობის ფარგლებში, მივიღებთ:

$$\oint_L \mathbf{B} dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i \quad (3.14)$$

როცა დენის მიმართულება ზედაპირის ნორმალთან მახვილ კუთხეს ადგენს, მაშინ დენის წინ იწერება დადებითი ნიშანი, ხოლო ბლაგვი კუთხის შემთხვევაში – უარყოფითი ნიშანი (სურ. 41). ამ დროს იგულისხმება, რომ ნორმალის მიმართულება და კონტურის შემოვლის მიმართულება ერთმანეთთან ბურღის წესით არიან დაკავშირებული. როდესაც ბურღის სახელურის მოძრაობის მიმართულება ემთხვევა კონტურის შემოვლის მიმართულებას, მაშინ



სურ. 40



სურ. 41

მისი წვერის გადატანითი მოძრაობის მიმართულება დაემთხვევა ნორმალის მიმართულებას (სურ. 41). რადგან (3.14)-ის თანახმად დენების მომცველ შეკრულ კონტურზე \mathbf{B} ვექტორის ცირკულაცია საზოგადოდ განსხვავებულია ნულისაგან.

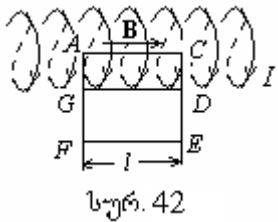
$$\int_1^2 \mathbf{B} dl$$

იქნება არა მარტო 1 საწყის და 2 საბოლოო წერტილებზე, არამედ თვითონ მრუდის ფორმაზეც. ამიტომ მაგნიტურ ველში არ შეიძლება შემოვიდოთ ისეთი სიდიდე, რომელიც ანალოგიური იქნება პოტენციალისა ელექტროსტატიკაში. ამ შემთხვევაში ვამბობთ, რომ ელექტროსტატიკური ველი პოტენციალურია, ხოლო მაგნიტური – გრივალური, ანუ არაპოტენციალური.

ზოგად შემთხვევაში თეორემა ცირკულაციის შესახებ არ იძლევა მაგნიტური ინდუქციის გამონაგარიშების საშუალებას, რადგან ის ინტეგრალის ქვეშ იმყოფება. მაგრამ ზოგიერთ მარტივ შემთხვევაში, როდესაც ველი საკმაოდ სიმეტრიულია, შესაძლებელია შეირჩეს ისეთი შეკრული კონტური, რომლის ყოველ წერტილში (ყოველ შემთხვევაში იმ უბნებზე მაინც, სადაც $B \neq 0$) $B = B = \text{const}$. მაშინ ასეთ კონტურზე ცირკულაციის გამოსახულებაში მაგნიტური ინდუქციის სიდიდე გამოდის ინტეგრალის გარეთ და ადვილად იხსნება. მაგალითისათვის ვიპოვოთ ველი უსასრულო გრძელი სოლენოიდის შიგნით.

8. უსასრულო გრძელი სოლენოიდის ველი.

(34, გ)–ე სურათზე წარმოდგენილია რეალური სოლენოიდის ველის მაგნიტური ინდუქციის წირების სურათი. სოლენოიდის სიგრძის უსასრულოდ გადიდებისას, განივკვეთის შენარჩუნებით, მაგნიტური ინდუქციის წირები “გასწორდებიან” და გარდაიქმნებიან სოლენოიდის ღერძის პარალელურ წირებად, ხოლო სოლენოიდის გარეთ ველი მისწრაფის ნულისაკენ. გამოვიყენოთ თეორემა ცირკულაციის შესახებ და გამოვიანგარიშოთ ველი ასეთი უსასრულო სოლენოიდის შიგნით. L კონტური შევარჩიოთ ACE მართკუთხედის სახით, რომლის l სიგრძის ერთ–ერთი C გვერდი სოლენოიდის ღერძის პარალელურია და გადის იმ წერტილზე, სადაც ვეძებთ ველს, ხოლო მისი საპირისპირო EF გვერდი იმყოფება სოლენოიდის გარეთ (სურ. 42). ამ კონტურის ყოველ უბანზე გარდა AC გვერდისა, $B = 0$, რადგან $DEFG$ უბანზე $B = 0$, ხოლო CD და GA უბნების მიმართ B ვექტორი ადგენს მართ კუთხეს. ამიტომ B ვექტორის ცირკულაცია მოცემულ კონტურზე დაიყვანება ინტეგრალზე მხოლოდ AC უბანზე:



$$\oint B_l dl = \int_A^C B_l dl$$

რადგან B ვექტორი AC გვერდის გასწვრივია მიმართული და სიმეტრიულობის მოსაზრებიდან გამოდინარე ყოველ წერტილში ერთ და იგივეა, $B_l = B = \text{const}$. ამრიგად მივიღებთ:

$$\oint B_l dl = \int_A^C B_l dl = B \int_A^C dl = Bl$$

როგორც 42–ე სურათიდან ჩანს განხილული კონტურის ფართობს გადაკვეთს nl ხვია, სადაც n არის ხვიების რაოდენობა სოლენოიდის სიგრძის ერთეულზე. ამრიგად ამ ფართობის გამჭოლი ჯამური დენი იქნება Inl , სადაც I არის დენის ძალა სოლენოიდში. თეორემიდან ცირკულაციის შესახებ (3.14), მივიღებთ: $Bl = \mu_0 Inl$, საიდანაც

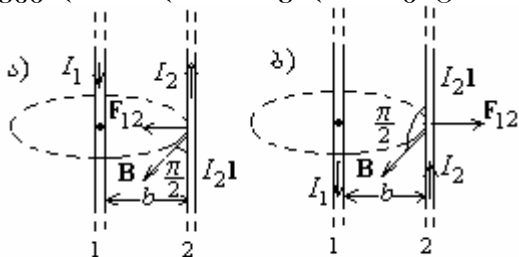
$$B = \mu_0 In \tag{3.15}$$

ამ ფორმულიდან ნათლად ჩანს, რომ მაგნიტური ინდუქცია არ არის დამოკიდებული იმ წერტილის მდებარეობაზე, სადაც ვეძებთ ველს, ე.ი. ველი სოლენოიდის შიგნით ერთგვაროვანია. ასეთი ველი გვექნება რეალურ სოლენოიდშიც, რომლის სიგრძე გაცილებით მეტია მის განივ ზომებზე, გარდა სოლენოიდის განაპირა წერტილებისა, სადაც ველი უკვე არაერთგვაროვანი ხდება. სოლენოიდის მიერ შექმნილი ველის ხასიათიდან გამომდინარე, ის ძალიან წააგავს ბრტყელი კონდენსატორის ველს ელექტროსტატიკაში.

§ 8. მაგნიტურ ველში მოქმედი ძალები

1. წრფივი დენიანი გამტარების ურთიერთქმედება. მაგნიტური ველის მხრიდან დენიან გამტარზე მოქმედი ძალის გამოსაანგარიშებლად ვიქცევით შემდეგნაირად: გამტარის მცირე ელემენტზე მოქმედებს (3.2)–ით განსაზღვრული ძალა. ყოველ უბანზე მოქმედი ძალების შეკრებით მივიღებთ სრულ ძალას, ხოლო ძალების მომენტების აჯამებით გამტარზე მოქმედ უველა ძალის სრულ მომენტს. როდესაც გამტარი წრფივია, ხოლო ველი ერთგვაროვანი, მაშინ (3.2) მართებული იქნება აგრეთვე F ძალისთვისაც, რომელიც მოქმედებს l სასრული სიგრძის გამტარის უბანზე:

$$F = [I \cdot B] \tag{3.16}$$



სურ. 43

მაგალითისათვის განვიხილოთ ორი გრძელი პარალელური დენიანი გამტარის ურთიერთქმედება. I_1 და I_2 -ით აღნიშნოთ დენის ძალა გამტარებში, ხოლო b -თი მანძილი გამტარებს შორის (სურ. 43). გამოვიანგარიშოთ \mathbf{F}_{12} ძალა, რომლითაც პირველი გამტარი მოქმედებს მეორე გამტარზე l სიგრძის უბანზე. პირველი გამტარის ველის მაგნიტური ინდუქცია, იქ სადაც მეორე გამტარი იმყოფება, ერთი და იგივეა მიმართულებით და სიდიდით და (3.9) ფორმულით განისაზღვრება. ამიტომ \mathbf{F}_{12} ძალისთვის მართებულია (3.16) ფორმულა, რომლის თანახმადაც $\mathbf{F}_{12}=[I_1 \mathbf{l} \mathbf{B}]$. თუ გავითვალისწინებთ, რომ კუთხე I_1 -სა და \mathbf{B} -ს შორის არის $\pi/2$, მაშინ ძალის აბსოლუტური სიდიდე იქნება $F_{12}=I_1 l B$. აქ (3.9) გამოსახულების ჩასმით, რომელშიც I უნდა შევცვალოთ I_1 -ით, მივიღებთ:

$$F_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{b} \quad (3.17)$$

როდესაც I_1 და I_2 დენებს ერთი და იგივე მიმართულება აქვთ, მაშინ \mathbf{F}_{12} ძალა მიმართულია პირველი გამტარისკენ (სურ. 43,ა), ხოლო საწინააღმდეგო მიმართულების შემთხვევაში პირველი გამტარიდან. ამრიგად ერთნაირი მიმართულების დენები ურთიერთმიიზიდება, ხოლო საპირისპირო მიმართულების დენები ერთმანეთს განიზიდავს.

(3.17) ფორმულით სარგებლობენ SI სისტემაში ძირითადი ერთეულის – ამპერის განსაზღვრისთვის. თუ დაუშვებთ, რომ $I_1=I_2=1$ ა $b=1$ მ, მივიღებთ:

$$\frac{F_{12}}{l} = 2 \frac{\mu_0}{4\pi}$$

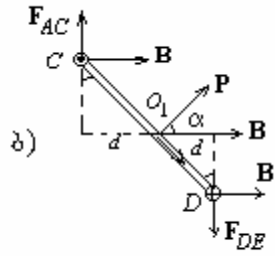
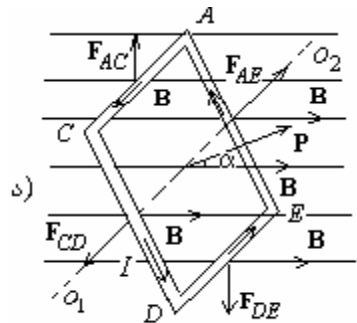
ამპერი არის ისეთი მუდმივი დენის ძალა, რომელიც ვაკუუმში ერთმანეთისაგან 1 მ-ით დაშორებულ უსასრულო გრძელ და უმნიშვნელო წრიული განიგვეთის ორ პარალელურ გამტარში გავლისას ამ გამტარებს შორის, გამტარის თითოეულ მეტრ სიგრძეზე აღძრავს $2 \cdot 10^{-7}$ ნ ძალას.

2. მაგნიტური ველის მოქმედება დენიან კოტურზე. განვიხილოთ დენიანი მართკუთხა ჩარჩო ACDE, რომელიც მოთავსებულია ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში. ჩარჩოს გვერდებია AC=DE= a და CD=EA= b . დენის ძალა ჩარჩოში არის I და ჩარჩო ისეა ორიენტირებული, რომ AC და DE გვერდები მაგნიტური ინდუქციის წირების პერპენდიკულარულია, ხოლო ჩარჩოს მაგნიტური მომენტის \mathbf{p} ვექტორი α კუთხეს ადგენს მაგნიტური ინდუქციის \mathbf{B} ვექტორთან (იხ. სურ. 44, სადაც მოცემულია გვერდხედი CD გვერდის მხრიდან). ჩარჩოს გვერდებზე მოქმედი ძალები განისაზღვრება (3.16) ფორმულით, რომლის თანახმად, ჩარჩოს ორიენტაციის გათვალისწინებით, შესაბამისად ტოლია:

$$\left. \begin{aligned} F_{AC} &= F_{DE} = I a B \sin(\pi/2) = I a B \\ F_{CD} &= F_{EA} = I b B \sin(\pi/2 - \alpha) = I b B \cos \alpha \\ F_{EA} &= I b B \sin(\pi/2 + \alpha) = I b B \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

ხოლო მათი მიმართულება 45,ა სურათზეა გამოსახული. აქვე შევნიშნოთ, რომ ჯამური ძალა ნულის ტოლია, რადგან ძალები წყვილ-წყვილად ერთმანეთის ტოლია და მიმართული არიან საპირისპიროდ: $\mathbf{F}_{AC} + \mathbf{F}_{DE} + \mathbf{F}_{DC} + \mathbf{F}_{EA} = 0$. ამრიგად ჩარჩოს მასათა ცენტრი დარჩება უძრავი, თუ ის თავდაპირველად უძრავი იყო.

დავადგინოთ ძალთა მომენტი $O_1 O_2$ ღერძის მიმართ, რომელიც გადის AC და DE გვერდების პარალელურად ჩარჩოს ცენტრზე. ჩარჩოს შესაბამის გვერდებზე მოქმედი ძალთა მომენტების M_{AC} , M_{DE} , M_{CD} და M_{EA} აბსოლუტურ სიდიდეებს ვიპოვიოთ $M=F_{\perp}d$ ფორმულის დახმარებით, სადაც F_{\perp} არის ძალის გვერდის სიდიდე ღერძის პერპენდიკულარულ სიბრტყეზე, ხოლო d არის მხარი. რადგან F_{CD} და F_{EA} ძალები ღერძის გასწვრივ არიან მიმართული, ამიტომ მათი პერპენდიკულარული მდგენელები ნულის ტოლია, ასე, რომ $M_{CD}=M_{EA}=0$.



სურ. 44

F_{AC} და F_{DE} ძალები ღერძის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში მდებარეობენ, მათ ერთი და იგივე აბსოლუტური მნიშვნელობები აქვთ (3.18) და ერთნაირი მხარი $d=bsin\alpha/2$ (სურ. 44, ბ), ამიტომ $M_{AC}=M_{DE}=IaBsin\alpha/2$, რადგან ეს მომენტები ერთი მიმართულებით

მოქმედებენ (44-ე სურათზე ორივე მომენტი ჩარჩოს აბრუნებს საათის ისრის საპირისპირო მიმართულებით), ამიტომ ჯამური მომენტის აბსოლუტური სიდიდე მათი აბსოლუტური სიდიდეების ჯამის ტოლია: $M=M_{AC}+M_{DE}=2M_{AC}=IaBsin\alpha$. რადგან $ab=S$, სადაც S ჩარჩოს ფართობია, ხოლო $IS=p$ საბოლოოდ მივიღებთ

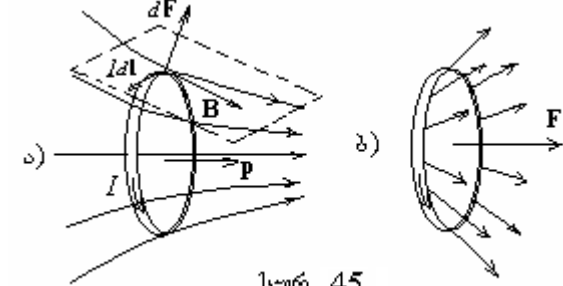
$$M=pBsin\alpha \quad (3.19)$$

ვექტორული სახით ეს ფორმულა ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\mathbf{M}=[\mathbf{pB}] \quad (3.20)$$

ადვილად მტკიცდება, რომ ეს ფორმულა მართებულია ნებისმიერი ფორმის დენიანი კონტურისათვის და რომ ის განსაზღვრავს ძალის მომენტს ნებისმიერი ღერძისა და ნებისმიერი წერტილის მიმართ.

(3.20)-ით განსაზღვრული ძალთა მომენტი ცდილობს ჩარჩო შემოაბრუნოს მდგრადი წონასწორობის მდგომარეობისაკენ, როდესაც \mathbf{p} მაგნიტური მომენტი \mathbf{B} მაგნიტური ინდუქციის გასწვრივ იქნება მიმართული (ადვილად ვრწმუნდებით იმაში, რომ წონასწორობის მეორე მდგომარეობა, როდესაც \mathbf{p} და \mathbf{B} ვექტორები ანტიპარალელურია -არამდგრადია). გარდა ამისა, როგორც ეს (44, ა) სურათიდან ჩანს, ველის მხრიდან კონტური განიცდის მადეფორმირებელ მოქმედებას. ამრიგად დენიანი კონტურის ყოფაქცევა მაგნიტური ველში მსგავსია დიპოლის ყოფაქცევისა ელექტრულ ველში.



სურ. 45

ახლა განვიხილოთ დენიანი კონტურის ყოფაქცევა არაერთგვაროვან მაგნიტური ველში (სურ.45). სიმარტივისათვის, დავეუშვათ, რომ მაგნიტური ინდუქციის სიდიდე არსებითად იცვლება მაგნიტური ინდუქციის წირების მიმართულების გასწვრივ, ხოლო პრაქტიკულად არ იცვლება ველის მართობული მიმართულებით (45, ა სურათზე მაგნიტური ინდუქციის წირების სიმჭიდროვე იზრდება მარცხნიდან მარჯვნივ, ე.ი.

ველი იზრდება ამ მიმართულებით). როგორც ერთგვაროვან ველში, აქაც დენიან კონტურზე იმოქმედებს ძალთა მომენტი, რომელიც ცდილობს მოახდინოს კონტურის მაგნიტური მომენტის ორიენტირება მაგნიტური ინდუქციის ვექტორის გასწვრივ. მაგრამ ერთგვაროვანი ველის შემთხვევისგან განსხვავებით, კონტურზე მოქმედი ჯამური ძალა ახლა უკვე განსხვავებულია ნულისაგან. მართლაც, კონტურის ელემენტარულ უბნებზე მოქმედი $d\mathbf{F}$ ძალები, (3.2) ფორმულის თანახმად კონუსური "მარათი" გამოისახებიან და ჯამში მოგვცემენ ველის ზრდის მიმართულებით მიმართულ \mathbf{F} ძალას (იხ. სურ.45,ბ). ამრიგად არაერთგვაროვანი მაგნიტური ველი გარდა იმისა, რომ ახდენს კონტურის მაგნიტური

მომენტის ორიენტირებას მაგნიტური ინდუქციის ვექტორის გასწვრივ, აგრეთვე იზიდავს კონტურს უფრო ძლიერი ველის არეში. ველის მხრიდან დენიან კონტურზე ასეთ მოქმედებას ადგილი ექნება მაშინ, როდესაც კონტური თავისუფალია (თავის ნებაზეა მიშვებული). თუ კონტურს ისე განვალაგებთ, რომ მისი მაგნიტური მომენტი ველის საპირისპიროდ იქნება მიმართული, მაშინ ანალოგიური მსჯელობის ჩატარების შემდეგ დავრწმუნდებით, რომ კონტურზე იმოქმედებს საწინააღმდეგო მოქმედების ძალა, რომელიც ეცდება გამოდევნოს კონტური შედარებით სუსტი ველის არეში.

3. ლორენცის ძალა. როგორც ვნახეთ მაგნიტური ველის მხრიდან დენიან გამტარზე მოქმედებენ ძალები. რა ბუნების ძალებია ესენი? რადგან ელექტრული დენი დადებითი მუხტების მიმართულ მოძრაობას წარმოადგენს, მაშინ ბუნებრივია დავუშვათ, რომ მაგნიტური ველი რაღაც ძალით მოქმედებს ამ ველში მოძრავ ნებისმიერ მუხტზე. ამ შემთხვევაში გამტარზე მოქმედი ძალა წარმოადგენს მასში მოძრავ დენის მატარებლებზე მოქმედ ყველა ძალის ჯამს.

გამოვთვალოთ დენის ცალკეულ მატარებელზე მოქმედი ძალა. dl სიგრძის გამტარის ელემენტზე, რომელშიც გადის I დენი, მოქმედებს (3.2) ძალა. გარდავქმნად გამოსახულება დენის ელემენტისათვის (3.4) და (3.5) გამოსახულებების გამოყენებით. მივიღებთ $I dl = q n_0 S dl$, სადაც S არის გამტარის განივკვეთის ფართობი, q —დენის მატარებლის მუხტი, n_0 —დენის მატარებლების კონცენტრაცია, u —მათი მიმართული მოძრაობის სიჩქარე. რადგან დენის მატარებლების სიჩქარის მიმართულება ემთხვევა დენის ძალის მიმართულებას, უკანასკნელი ტოლობა შეიძლება ჩავწეროთ ვექტორული სახით $I dl = q n_0 S du$. ეს გამოსახულება ჩავსვათ (3.2)—ში, მივიღებთ $dF = q n_0 S dl [uB]$. თუ dF ძალას გავყოფთ დენის მატარებლების რაოდენობაზე $n_0 S dl$ გამტარის განსახილველ ელემენტში, მივიღებთ დენის ცალკეულ ელემენტზე მოქმედ f ძალას: $f = dF / (n_0 S dl) = q [uB]$. ასეთი ძალა მოქმედებს მაგნიტურ ველში მოძრავ ნებისმიერ დამუხტულ ნაწილაკზე. ამ ძალას ლორენცის ძალა ეწოდება და თუ სიჩქარეს v ასოთი აღვნიშნავთ, მივიღებთ:

$$f = q[vB] \quad (3.21)$$

(3.21)—დან გამომდინარეობს, რომ ლორენცის ძალა პერპენდიკულარულია როგორც

მაგნიტური ინდუქციის ვექტორისა, ასევე სიჩქარისა (სურ. 46), ხოლო მისი აბსოლუტური სიდიდე შემდეგი ფორმულით განისაზღვრება:

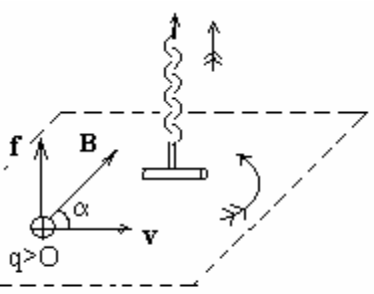
$$f = qvB \sin \alpha \quad (3.22)$$

სადაც α არის კუთხე სიჩქარის ვექტორსა და მაგნიტური ინდუქციის ვექტორს შორის.

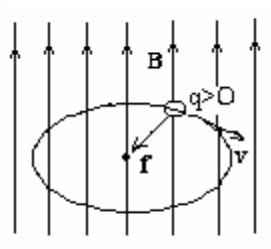
რადგან $f \perp v$ ამიტომ, ნიუტონის მეორე კანონის თანახმად, $a \perp v$ და

სიჩქარის მცირე ნაზრდიც $dv = a dt$ ასევე პერპენდიკულარულია სიჩქარისა, ეს კი ნიშნავს, რომ ლორენცის ძალა არ ცვლის სიჩქარის სიდიდეს, ის ცვლის მხოლოდ მის მიმართულებას. ამის გამო მუხტის მოძრაობისას მუდმივ მაგნიტურ ველში მისი კინეტიკური ენერჯია მუდმივი რჩება. უკანასკნელ დასკვნამდე შეიძლება მივიდეთ სხვა გზითაც, თუ შევნიშნავთ, რომ ლორენცის ძალის მიერ შესრულებული მუშაობა ნულის ტოლია, რადგან ძალა სიჩქარისა და ამავე დროს მცირე $dl = v dt$ გადაადგილების პერპენდიკულარულია.

4. მუხტის მოძრაობა მაგნიტურ ველში. განვიხილოთ მუხტის მოძრაობა ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში. დავიწყოთ კერძო შემთხვევიდან, როდესაც v საწყისი სიჩქარე B მაგნიტური ინდუქციის ვექტორის პერპენდიკულარულია (სურ. 47). ვაჩვენოთ, რომ ამ შემთხვევაში მუხტი თანაბრად იმოძრავებს წრეწირის გასწვრივ, რომელიც მაგნიტური ინდუქციის ვექტორის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში მდებარეობს. თავდაპირველად დავრწმუნდეთ, რომ ტრაექტორია მდებარეობს B ვექტორის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში.



სურ. 46



სურ. 47

მართლაც, რადგან ლორენცის ძალა \mathbf{B} ვექტორის პერპენდიკულარულია, ამიტომ მის მიერ განპირობებული აჩქარება და ამავე დროს სიჩქარის $d\mathbf{v}=\mathbf{a}dt$ ცვლილებაც \mathbf{B} ვექტორის პერპენდიკულარული იქნება. რადგან ამ დროს საწყისი სიჩქარეც \mathbf{B} –ს პერპენდიკულარულ სიბრტყეში მდებარეობს, ტრაექტორიაც ამ სიბრტყეში იქნება განლაგებული. რადგან $\mathbf{f}\perp\mathbf{v}$, ლორენცის ძალა ტრაექტორიის პერპენდიკულარულია და მუხტს ნორმალურ $a_n=v^2/R$ აჩქარებას ანიჭებს, სადაც R ტრაექტორიის სიმრუდის რადიუსია. ნიუტონის II კანონის თანახმად მივიღებთ, რომ $mv^2/R=qvB$. აქედან სიმრუდის რადიუსისთვის გვექნება:

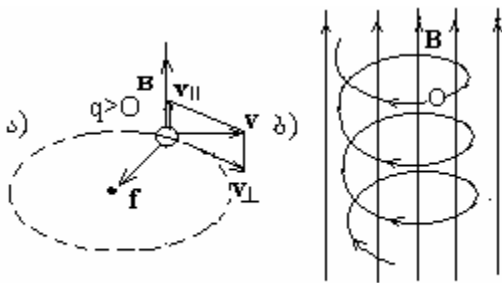
$$R=mv/qB \quad (3.23)$$

იმის გამო, რომ მაგნიტურ ველში მოძრაობისას $v=\text{const}$ და $B=\text{const}$ ველის ერთგვაროვნობის გამო, ამიტომ სიმრუდის რადიუსიც მუდმივი იქნება, ე.ი. საძიებელი ტრაექტორია წარმოადგენს წრეწირს.

შევნიშნოთ, რომ (3.21)–ის თანახმად ლორენცის ძალას სხვადასხვა ნიშნის მუხტებისთვის საპირისპირო მიმართულება აქვს. ამის შესაბამისად სხვადასხვა ნიშნის მუხტების ბრუნვის მიმართულებაც საწინააღმდეგო იქნება.

ზოგად შემთხვევაში, როდესაც \mathbf{v} საწყისი სიჩქარე მაგნიტური ინდუქციის ვექტორის მიმართულებასთან α კუთხეს ქმნის, მოძრაობა შეიძლება დავეოთ ორ ნაწილად: \mathbf{B} ვექტორის პარალელური ღერძის გასწვრივ და ამ ღერძის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში. ამ შემთხვევაშიც ლორენცის ძალა $\mathbf{f}=qvB\sin\alpha$ და მდებარეობს \mathbf{B} ვექტორის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში, ხოლო ამ სიბრტყეში სიჩქარის მდგენელის სიდიდე $v_{\perp}=v\sin\alpha$ (იხ.სურ. 48, ა). ამიტომ წინა შემთხვევის ანალოგიურად, \mathbf{B} ვექტორის პერპენდიკულარულ სიბრტყეში ტრაექტორია ისევ წრეწირს წარმოადგენს, რომლის რადიუსი შემდეგი პირობიდან განისაზღვრება:

$$\frac{mv_{\perp}^2}{R} = qvB\sin\alpha, \quad R = \frac{mv\sin\alpha}{qB} \quad (3.24)$$



სურ. 48

\mathbf{B} ვექტორის გასწვრივ ნაწილაკი მოძრაობს თანაბრად $v_{\parallel}=v\cos\alpha$ სიჩქარით, რადგან ლორენცის ძალის გვემილი ამ მიმართულებაზე ნულის ტოლია. ამრიგად ჯამური მოძრაობის ტრაექტორია წარმოადგენს ხრახნწირს (სურ. 48, ბ)–დამუხტული ნაწილაკი თითქოს “ეხვევა” მაგნიტური ველის ინდუქციის წირს. არაერთგვაროვან მაგნიტურ ველში მუხტის მოძრაობისას ლორენცის ძალა გარდა ცენტრისკენული ძალისა შეიცავს ძალას, რომელიც მიმართულია ველის შემცირების მხარეს. ამ შემთხვევაში მუხტი ისევ “ეხვევა” მაგნიტური ველის

ინდუქციის წირს და ამავე დროს გამოიღვენება შედარებით სუსტი ველის არეში.

თავი IV

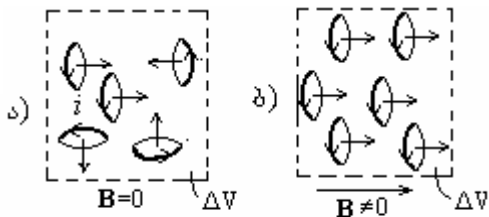
მაგნიტური ველი და ნივთიერება

§ 9. მაგნიტური ველი ნივთიერებაში

1. ნივთიერების დამაგნიტება. წინა თავში შევისწავლეთ მაგნიტური ველი, რომელსაც ქმნიდა გამტარში გამავალი დენი და ამ გამტარის გარემომცველ სივრცეში რაიმე ნივთიერების არსებობა უგულებელყოფილი იყო. ცდა გვიჩვენებს, რომ ნივთიერების არსებობა იწვევს მაგნიტური ველის ცვლილებას. ამის მიზეზია ის, რომ ყოველი ნივთიერება მაგნიტური ველის მოქმედების შედეგად იძენს მაგნიტურ თვისებებს –

მაგნიტდება და თვითონ ქმნის მაგნიტურ ველს. ამრიგად ნივთიერების არსებობის დროს სივრცის ნებისმიერ წერტილში მივიღებთ:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' \quad (4.1)$$



სურ. 49

ამ ფორმულაში \mathbf{B}_0 არის გამტარებში გამავალი დენებით აღძრული მაგნიტური ინდუქცია, ხოლო \mathbf{B}' დამაგნიტებელი ნივთიერებით აღძრული მაგნიტური ინდუქცია. ველი არსებითად არის დამოკიდებული ნივთიერების თვისებებზე, ამიტომ როდესაც ვიწყებთ ველის თვისებების შესწავლას ნივთიერებაში, საჭიროა გავეცნოთ ნივთიერების ყოფაქცევას მაგნიტურ ველში. მაგნიტური ველის თეორიის აგებისას

ვიხელმძღვანელებთ ნივთიერების დამაგნიტების გამარტივებული მოდელით ანუ ამპერის მოლეკულური დენების მოდელით.

ამპერის ჰიპოთეზის თანახმად, ნივთიერებაში ცირკულირებენ მიკროსკოპული შეკრული დენები – “მოლეკულური დენები”. გარე მაგნიტური ველის არარსებობისას მოლეკულური დენების ორბიტები და ამის შედეგად მათი მაგნიტური მომენტები ქაოსურად არიან ორიენტირებული (სურ. 49, ა) ისე, რომ ნივთიერების ყოველი მაკროსკოპული უსასრულო მცირე ΔV მოცულობის ჯამური მაგნიტური მომენტი ნულის ტოლია – ნივთიერება არ ამჟღავნებს მაგნიტურ თვისებებს. ნივთიერების გარე მაგნიტურ ველში მოთავსებისას მოლეკულური დენების მაგნიტური მომენტები ორიენტირდებიან ველის გასწვრივ, რის შედეგადაც ნივთიერების მოცულობის ნებისმიერი მცირე ΔV ელემენტი იძენს ნულისაგან განსხვავებულ მაგნიტურ მომენტს – ნივთიერება დამაგნიტდება. ნივთიერების დამაგნიტების ხარისხის რაოდენობრივი დახასიათებისათვის შემოღებულია ფიზიკური სიდიდე – დამაგნიტების ვექტორი. განსაზღვრის თანახმად დამაგნიტების ვექტორი წარმოადგენს ნივთიერების ერთეულოვანი მოცულობის მაგნიტურ მომენტს. ამრიგად თუ $\sum \mathbf{p}_k$ არის განსახილველი წერტილის მახლობლად აღებული მცირე ΔV მოცულობაში არსებული ყველა მოლეკულური დენის ჯამური მაგნიტური მომენტი, მაშინ ამ წერტილში დამაგნიტების \mathbf{M} ვექტორი განისაზღვრება შემდეგნაირად:

$$\mathbf{M} = \frac{\sum_k \mathbf{p}_k}{\Delta V} \quad (4.2)$$

(3.10)–ის გათვალისწინებით აქედან გამომდინარეობს, რომ დამაგნიტების ერთეული SI სისტემაში არის 1 ა/მ.

ცდა გვიჩვენებს, რომ უმრავლესი ნივთიერებებისთვის (გარდა გარკვეული ჯგუფი ანიზოტროპიული ნივთიერებებისა, მაგალითად, ფერომაგნიტიკებისთვის) დამაგნიტების ვექტორი ველის ინდუქციის პროპორციულია:

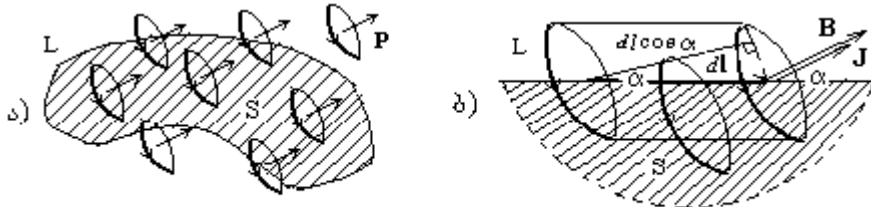
$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{B} \quad (4.3)$$

სადაც პროპორციულობის კოეფიციენტი ნივთიერების თვისებებზეა დამოკიდებული.

გარე მაგნიტური ველის არარსებობისას, მოლეკულური დენების ორიენტაციის ქაოსურობის გამო, ნივთიერების მაკროსკოპულ ფართობზე გამავალი ჯამური მოლეკულური დენი ნულის ტოლია – ნივთიერებაში მაკროსკოპული დენები არ არსებობენ. მაგრამ ველის არსებობის დროს, მოლეკულური დენების ორიენტაციის წარმოქმნის შედეგად, ისინი უკვე ერთიმეორეს არ აკომპენსირებენ, რაც იწვევს მაკროსკოპიული მოლეკულური დენების გაჩენას.

2. მოლეკულური დენების კავშირი დამაგნიტების ვექტორთან. რაიმე ნივთიერებაში წარმოვიდგინოთ L კონტურით შემოსაზღვრული S ნებისმიერი ზედაპირი (სურ.50,ა) და განვსაზღვროთ ამ ზედაპირზე გამავალი სრული მოლეკულური დენი I_a . ამ დენში წვლილი შეაქვს მხოლოდ იმ მოლეკულურ დენებს, რომლებიც შემოსაზღვრავენ L კონტურს, რადგან დენები, რომლებიც არ შემოსაზღვრავენ კონტურს ან საერთოდ არ გადაკვეთენ S ზედაპირს, ან ორჯერ გადაკვეთენ საპირისპირო მიმართულებით. L კონტური

დავყოთ მცირე უბნებად და გამოვიანგარიშოთ რა dI_a წვლილი შეაქვს I_a დენში მოლეკულურ დენებს, რომლებიც შემოსაზღვრავენ კონტურის ერთ-ერთ ასეთ dl ელემენტს (სურ. 50, ბ). ამ ელემენტს შემოსაზღვრავენ მხოლოდ ის დენები, რომელთა ცენტრები სურათზე ნაჩვენებია დახრილი ცილინდრის შიგნითაა მოქცეული. ასეთი მოლეკულური დენების რაოდენობა უდრის n_0 მოლეკულების კონცენტრაციის ნამრავლს ცილინდრის $sd\cos\alpha$ მოცულობაზე, სადაც s არის მოლეკულური დენის ფართობი, ხოლო α -კუთხე dl ვექტორსა და დამაგნიტების \mathbf{M} ვექტორს შორის, რომელიც როგორც მოლეკულური დენების \mathbf{p} მაგნიტური მომენტები, მოლეკულური დენების



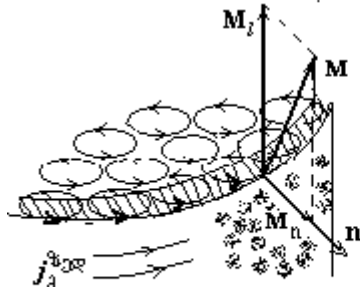
სურ. 50

სიბრტყეების პერპენდიკულარულია. რადგან თითოეული მოლეკულური დენის წვლილი ამ i დენის ტოლია, ამიტომ $dI_a = i n_0 s d\cos\alpha$, ან თუ გავითვალისწინებთ, რომ $is = p$, $n_0 p = \mathbf{M}$ და $M\cos\alpha = M_l$, მივიღებთ, რომ $dI_a = M_l dl$. S ზედაპირზე გამავალი სრული მოლეკულური დენისათვის მივიღებთ:

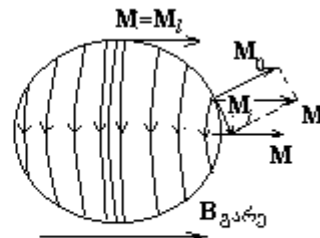
$$I_a = \oint M_l dl \quad (4.4)$$

ამრიგად S ზედაპირზე გამავალი სრული მოლეკულური დენი უდრის დამაგნიტების ვექტორის ცირკულაციას ამ ზედაპირის შემოსაზღვრულ L კონტურზე. ეს ფორმულა ამყარებს კავშირს დამაგნიტების ვექტორსა და ნივთიერების შიგნით ცირკულირებული მოცულობით მოლეკულურ დენებს შორის.

ახლა განვიხილოთ მოლეკულური დენების სურათი სხეულის ზედაპირის მახლობლად. 51-ე სურათზე გამოსახულია სხეულის კვეთა ზედაპირის მოცემულ



სურ. 51



სურ. 52

წერტილში აღებული დამაგნიტების ვექტორის პერპენდიკულარული სიბრტყით. სურათიდან ჩანს, რომ ზედაპირის ახლოს მდებარე მიკროსკოპულ თხელ ფენაში, რომლის რადიუსი ერთი მოლეკულური დენის რადიუსის რიგისაა (სურათზე დაშტრისული ნაწილი), ყოველ მოლეკულურ დენს ერთი საერთო მიმართულება აქვს და წარმოიქმნება, ეგრეთ წოდებული, ზედაპირული მოლეკულური დენი. როგორც გამოთვლები გვიჩვენებს ამ დენის ზედაპირული სიმკვრივე $j_a^ზედა$ ($j_a^ზედა$ არის სივრცის მონაკვეთის ერთეულში გამავალი დენის ძალა, რომელიც გავლენილია დენის მართობულად გამტარის ზედაპირზე) განისაზღვრება დამაგნიტების ვექტორის M_l გვემილით სხეულის ზედაპირზე მოცემულ წერტილში (სურ. 51)

$$j_a^ზედა = M_l \quad (4.5)$$

შეიძლება ვაჩვენოთ, რომ ზედაპირული მოლეკულური დენები ყოველთვის დამაგნიტების თანმხლებია, იმ დროს, როდესაც მოცულობითი მოლეკულური დენები მხოლოდ არაერთგვაროვან ნივთიერებაში აღიძვრება. მაგალითისათვის მოვიყვანოთ 52-ე სურათზე

მოცემული ზედაპირული მოლეკულური დენების სურათი ერთგვაროვნად დამაგნიტებული სფეროს შემთხვევა. სიმკვრივე მაქსიმალურია “ეკვატორზე” ($M=M$) და ნულამდე მცირდება “პოლუსთან” მიახლოებისას ($M=0$), რაც დენის წირების სიმჭიდროვით არის გამოსახული.

3. მუდმივი მაგნიტური ველის განტოლებები ნივთიერებაში. მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორი. ვინაიდან ნივთიერების მაგნიტური თვისებები მოლეკულური დენებით არის განპირობებული, ბუნებრივია დავეუშვათ, რომ მუდმივი მაგნიტური ველის განტოლებები (3.13) და (3.14) მართებულია არა მხოლოდ ვაკუუმში, არამედ ნივთიერების არსებობის დროსაც, ამასთან (3.14)-ის მარჯვენა ნაწილში გათვალისწინებული უნდა იყოს S ზედაპირზე გამავალი ყოველი დენი, როგორც გამტარში გამავალი ისე მოწესრიგებული მოლეკულური დენი:

$$\oint \mathbf{B}_l d\mathbf{l} = \mu_0 (\sum_k I_k + I_g) \quad (4.6)$$

რადგან მოლეკულური დენების ძალა I_g წინასწარ არ არის ცნობილი (ის 4.4-ის თანახმად განისაზღვრება დამაგნიტების ვექტორით, ხოლო დამაგნიტების ვექტორი თავის მხრივ 4.3-ის მიხედვით დამოკიდებულია \mathbf{B} მაჯამებელ ველზე), ამიტომ მიზანშეწონილია ის გამოვრიცხოთ (4.4) ფორმულის დახმარებით. მაშინ თეორემა ცირკულაციის შესახებ(4.6) შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\oint \mathbf{B}_l d\mathbf{l} = \mu_0 (\sum_k I_k + \oint \mathbf{M}_l d\mathbf{l})$$

ან

$$\oint (\frac{\mathbf{B}_l}{\mu_0} - \mathbf{M}_l) d\mathbf{l} = \sum_k I_k \quad (4.7)$$

თუ შემოვიტანთ ახალ ვექტორულ სიდიდეს:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (4.8)$$

რომელსაც მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორი ეწოდება, მაშინ თეორემა ცირკულაციის შესახებ შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_k I_k \quad (4.9)$$

მაგნიტური ველის დაძაბულობის ცირკულაცია ნებისმიერ შეკრულ კონტურზე უდრის ამ კონტურით შემოსაზღვრული მაკროსკოპული დენების ალგებრულ ჯამს. მარჯვნივ დარჩა მხოლოდ დენების მნიშვნელობები გამტარებში, მარცხნივ კი \mathbf{B} მაგნიტური ინდუქციის მაგივრად – მაგნიტური ველის \mathbf{H} დაძაბულობის ვექტორის ცირკულაცია. (4.9) წარმოადგენს ზოგადი სახით თეორემას მუდმივი მაგნიტური ველის ცირკულაციის შესახებ ნივთიერების არსებობის დროს.

ახლა გამოვარკვიოთ მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორის თვისებები. (4.8) ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ \mathbf{H} და \mathbf{M} ვექტორების განზომილებები ერთნაირია და ამრიგად მაგნიტური ველის დაძაბულობის ერთეული ში სისტემაში იქნება 1 ა/მ. რადგან იზოტროპიული ნივთიერებისთვის დამაგნიტების \mathbf{M} ვექტორი მაგნიტური ინდუქციის პროპორციულია (4.3), ამიტომ (4.8) ფორმულიდან გამომდინარეობს, რომ ის დაძაბულობის \mathbf{H} ვექტორის პროპორციულიც იქნება:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H} \quad (4.10)$$

პროპორციულობის კოეფიციენტი χ დამოკიდებულია ნივთიერების თვისებებზე და მდგომარეობაზე. მას ნივთიერების მაგნიტური ამთვისებლობა ეწოდება. (4.10) გამოსახულება ჩავსვათ (4.8)-ში. მივიღებთ:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H} \quad (4.11)$$

ე.ი. \mathbf{B} და \mathbf{H} ვექტორები ერთმანეთის პროპორციულია.

$$\mu = 1 + \chi \quad (4.12)$$

μ სიდიდეს ნივთიერების ფარდობითი მაგნიტური შეღწევადობა ეწოდება. (4.12)–ის გათვალისწინებით (4.11) გადაიწერება ასე:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} \quad (4.13)$$

ამ დამოკიდებულების თანახმად \mathbf{B} და \mathbf{H} ვექტორების მიმართულებები ერთნაირია, ამიტომ ამ ვექტორების წირებიც ერთნაირი უნდა იყოს, მაგრამ იმავე ფორმულიდან ჩანს, რომ ძალწირების სიმჭიდროვე სხვადასხვაა. \mathbf{B} ვექტორის ძალწირების სიმჭიდროვე $\mu_0 \mu$ –ჯერ მეტია \mathbf{H} ვექტორის ძალწირების სიმჭიდროვეზე. \mathbf{B} ვექტორის ძალწირებისაგან განსხვავებით, რომლებიც ყველგან უწყვეტია, \mathbf{H} ვექტორის ძალწირები უწყვეტია მხოლოდ ერთგვაროვან გარემოში ($\mu = \text{const}$), ხოლო არაერთგვაროვან გარემოში, კერძოდ მაგნიტური შეღწევადობის სხვადასხვა მნიშვნელობების მქონე ერთგვაროვანი ნივთიერებების გამყოფ საზღვარზე ისინი განიცდიან წყვეტას.

ნივთიერების გარეთ ნებისმიერ წერტილში $\mathbf{M} = 0$, ასე, რომ (4.8)–ის თანახმად

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (4.14)$$

ე.ი. ვაკუუმში $1/\mu_0$ მამრავლის სიზუსტით, რომელიც SI სისტემის შერჩევასთან არის დაკავშირებული, დაძაბულობა ემთხვევა მაგნიტურ ინდუქციას. \mathbf{H} ვექტორის ფიზიკური არსის გამოსარკვევად ჩამოვაყალიბოთ თეორემა დამტკიცების გარეშე: **თუ ერთგვაროვანი ნივთიერება მთლიანად ავსებს მაგნიტური ინდუქციის წირებით შემოსაზღვრულ სივრცის ნაწილს, მაშინ ნივთიერების ნებისმიერ წერტილში**

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} \quad (4.15)$$

სადაც \mathbf{B}_0 არის დენიანი გამტარებით განპირობებული საწყისი ველის მაგნიტურ ინდუქცია ნივთიერების გარეშე. თუ გავითვალისწინებთ (4.1)–ს, რომ $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$, სადაც \mathbf{B}' არის დამაგნიტებელი ნივთიერებით განპირობებული ველის მაგნიტურ ინდუქცია, დავასკვნით, რომ მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორი ნივთიერებაში, $1/\mu_0$ მამრავლის სიზუსტით განსაზღვრავს იმ წვლილს საერთო \mathbf{B} ველში, რომელსაც იძლევიან დენიანი გამტარები. (4.15)–ს გათვალისწინება (4.13) ფორმულაში მოგვცემს:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{B}_0 \quad (4.16)$$

ამრიგად ნივთიერებაში მაგნიტური ველის ინდუქცია μ –ჯერ მეტია იმ ველის ინდუქციაზე, რომელიც არსებობდა იმავე წერტილში ნივთიერების გარეშე.

ამ თეორემით შეიძლება ვისარგებლოთ იმ შემთხვევაში, როდესაც დენიანი გამტარები პრაქტიკულად უსაზღვრო ნივთიერებაში იმყოფებიან ან კიდევ ერთგვაროვანი ნივთიერებით შევსებულ გრძელი სოლენოიდის ველის გაანგარიშების დროს.

§ 10. დამაგნიტების სახეები და მაგნეტიკების კლასიფიკაცია

წინა პარაგრაფში გამოყენებული მოლეკულური დენების მოდელი საკმაოდ გამარტივებული იყო. ახლა უფრო დეტალურად განვიხილავთ იმ პროცესებს, რომლებიც დამაგნიტებასთან არიან დაკავშირებული. თავისი მაგნიტური თვისებებით ყოველი ნივთიერება ანუ მაგნეტიკები (როდესაც საუბარი გვაქვს მაგნიტურ თვისებებზე, ნივთიერებას მაგნეტიკი ეწოდება) შეიძლება დავეყოს ორ: მაგნიტომოწესრიგებულ და მაგნიტომოუწესრიგებულ ჯგუფებად.

მაგნიტომოუწესრიგებულ მაგნეტიკებში არ არსებობს რაიმე შიდა ურთიერთქმედება, რომელიც გამოიწვევდა მიკროსკოპიული მაგნიტური მომენტების მოწესრიგებულ ორიენტაციას ნივთიერების დამაგნიტებისათვის. ასეთ მაგნეტიკებში გარე მაგნიტური ველის გარეშე დამაგნიტების ვექტორი ყოველთვის ნულის ტოლია და დამაგნიტება ხდება მხოლოდ გარე მაგნიტური ველის მოქმედებით. ამ ჯგუფს მიეკუთვნებიან ნივთიერებები იზოტროპიული სტრუქტურით, კერძოდ, სითხეები და აირები. თავის მხრივ ყველა მაგნიტომოუწესრიგებული ნივთიერება იყოფა დიამაგნეტიკებად და პარამაგნეტიკებად.

მაგნიტომოწესრიგებულ მაგნეტიკებში, რომლებსაც ძირითადად კრისტალური ნივთიერებები მიეკუთვნება (ხშირად ანიზოტროპიული სტრუქტურით), განსაკუთრებული, ე.წ. გაცვლითი ურთიერთქმედებები გარე მაგნიტური ველის გარეშე იწვევს მიკროსკოპული მაგნიტური მომენტების ამა თუ იმ ხერხით მოწესრიგებულ ურთიერთორიენტაციას. ასეთ ნივთიერებებს სავსებით შესაძლებელია აღმოაჩნდეთ ნულისაგან განსხვავებული დამაგნიტებულობა, თანაც საკმაოდ დიდი (ფერომაგნეტიკები), გარე მაგნიტური ველის გარეშე. ამჟამად ცნობილია სხვადასხვა სახის მაგნიტომოწესრიგებული მაგნეტიკების საკმაოდ დიდი ჯგუფი (ფერომაგნეტიკები, ანტიფერომაგნეტიკები, სუსტი ფერომაგნეტიკები, ფერიმაგნეტიკები და სხვა). ამათგან შევჩერდებით მხოლოდ ფერომაგნეტიკებზე.

1. დამაგნეტიზმი. ატომების ელექტრონები ორბიტალური მოძრაობის დროს ქმნიან მიკროსკოპული დენების საკმაოდ რთულ სურათს. როდესაც ნივთიერებას ვათავსებთ მაგნიტურ ველში ეს მოძრაობა იცვლება. ორბიტალური მოძრაობის ცვლილება დაიყვანება დამატებითი წრიული i' დენის წარმოქმნაზე, რომლის მაგნიტური მომენტი \mathbf{p} მიმართული იქნება გარე ველის მაგნიტური ინდუქციის \mathbf{B} ვექტორის საპირისპიროდ (სურ. 53) და განისაზღვრება შემდეგი გამოსახულებით:

$$\mathbf{p}' = -\frac{e^2 r'^2}{4m} \mathbf{B} \quad (4.17)$$

ამ ფორმულაში e და m ელექტრონის მუხტი და მასაა შესაბამისად, r' – დამატებითი მაგნიტური ველით ინდუცირებული i' დენის რადიუსი.

თუ შევკრიბავთ მოცულობის ერთეულში მოხვედრილ თითოეული ატომის ელექტრონების ინდუცირებულ მაგნიტურ მომენტებს (4.17), მივიღებთ:

$$\mathbf{M}_{\text{დას}} = -\frac{e^2 \sum r_i'^2}{4m} \mathbf{B} \quad (4.18)$$

ჯამი $\sum r_i'^2$ წარმოვიდგინოთ ასე $\sum r_i'^2 = n_0 \bar{r}^2$, სადაც n_0 არის ატომთა რაოდენობა მოცულობის ერთეულში, ხოლო \bar{r}^2 – ატომის ყველა ორბიტით გასაშუალებული ინდუცირებული წრიული დენის რადიუსის კვადრატი. ამრიგად:

$$\mathbf{M} = -\frac{e^2 n_0 \bar{r}^2}{4m} \mathbf{B} \quad (4.19)$$

დამაგნიტების ზემოთ აღწერილ მექანიზმს, რომელიც ორბიტალური ელექტრონების დამატებითი მაგნიტური მომენტების წარმოქმნასთან არის დაკავშირებული, დამაგნეტიზმი ეწოდება.

ნივთიერებებს, რომლებშიც დამაგნეტიზმი დამაგნიტების ერთადერთ მექანიზმს წარმოადგენს, დამაგნეტიკები ეწოდებათ. (4.19) ფორმულა განსაზღვრავს დამაგნეტიკების დამაგნიტების ვექტორს. (4.11) და (4.19) ფორმულებიდან და

$$\frac{e^2 n_0 \bar{r}^2}{4m} \mu_0 \ll 1$$

პირობის გათვალისწინებით, დამაგნეტიკებისათვის მივიღებთ

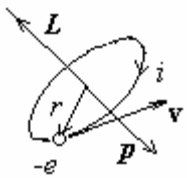
$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}, \quad \text{სადაც} \quad \chi = -\frac{e^2 n_0 \bar{r}^2}{4m} \mu_0 \quad (4.20)$$

დამაგნეტიკებია ყველა ინერტული აირი, ზოგიერთი სითხე (მაგალითად ნახშირმჟავა) და ზოგი მყარი სხეული (მაგალითად, ბისმუთი).

ჩამოვყალიბოთ დამაგნეტიკების ძირითადი თვისებები:

1. დამაგნეტიკებში დამაგნიტების ვექტორს მაგნიტური \mathbf{B} ინდუქციისა და დაძაბულობის \mathbf{H} ვექტორის საპირისპირო მიმართულება აქვს, ხოლო სიდიდით მათი პროპორციულია: $\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}$, $\chi < 0$.

2. დამაგნეტიკების მაგნიტური ამთვისებლობა, როგორც ეს (4.20)–დან ჩანს არ არის დამოკიდებული ტემპერატურაზე.



3. დიამაგნეტიკები სუსტი მაგნეტიკებია. მათ მცირე მაგნიტური ამთვისებლობა აქვთ: ჩვეულებრივ $|\chi| \sim 10^{-5}$, ასე, რომ $\mu = 1 + \chi \approx 1$. χ სიდიდის ასეთი რიგი უშუალო გამომდინარეობს (4.20)-დან და კარგ თანხვედენაშია ცდის მონაცემებთან.

დიამაგნეტიზმის მექანიზმის გამოსარკვევად ვისარგებლოთ ატომის პლანეტარული მოდელით, რომლის თანახმადაც ელექტრონები ატომში ბირთვის გარშემო მოძრაობენ შეკრულ ორბიტებზე, რომლებსაც (სიმარტივის დაშვებით) წრეწირის ფორმა აქვთ. წრიულ ორბიტაზე თანაბრად მოძრავ ელექტრონს გააჩნია იმპულსის ორბიტალური მომენტი $\mathbf{L} = [\mathbf{r}, m\mathbf{v}]$ ორბიტის ცენტრის მიმართ. აქ m არის ელექტრონის მასა, \mathbf{v} - მისი სიჩქარე, ხოლო \mathbf{r} - ორბიტის ცენტრიდან გავლებული ელექტრონის რადიუს-ვექტორი. იმპულსის მომენტის სიდიდე $L = mvr$ და მიმართულია ორბიტის სიმეტრიის ღერძის გასწვრივ (სურ. 53). როდესაც გარე ძალები არ მოქმედებენ იმპულსის მომენტი მუდმივია და ელექტრონის მოძრაობა აღიწერება $d\mathbf{L}/dt = 0$ განტოლებით. ელექტრონი წრეწირზე მოძრაობისას ქმნის შეკრულ დენს. თუ ორბიტაზე ელექტრონის მიმოქცევის სიხშირე არის ν მაშინ დენი ორბიტაზე იქნება $i = e\nu$. რადგან ელექტრონის მუხტი უარყოფითია, ამიტომ დენს აქვს ელექტრონის საპირისპირო მიმართულება (იხ. სურ. 53). როგორც ყოველ შეკრულ დენს მასაც გააჩნია მაგნიტური მომენტი (ორბიტალური მაგნიტური მომენტი) $\mathbf{p} = i\mathbf{s}$ სადაც s არის ორბიტის ფართობი. როგორც 53-ე სურათიდან ჩანს \mathbf{p} ვექტორი მიმართულია \mathbf{L} ვექტორის საპირისპიროდ. თუ გავითვალისწინებთ, რომ $i = e\nu$, $\nu = v/2\pi r$ და $s = \pi r^2$ მივიღებთ $\mathbf{p} = e\nu \pi r^2 = evr/2$. მაგნიტური მომენტის შეფარდებას იმპულსის მომენტთან \mathbf{p}/L გირომაგნიტური თანაფარდობა ეწოდება. $\mathbf{p} = evr/2$ გამოსახულება გავყოთ $L = mvr$ -ზე, მივიღებთ:

$$\frac{\mathbf{p}}{L} = -\frac{e}{2m} \quad (4.21)$$

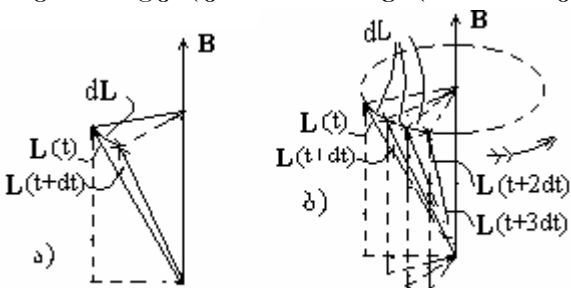
სადაც უარყოფითი ნიშანი გვიჩვენებს \mathbf{p} და \mathbf{L} ვექტორების საპირისპირო მიმართულებას. როგორ შეიცვლება ელექტრონის მოძრაობა ატომში, როდესაც ნივთიერებას მოვათავსებთ მაგნიტურ ველში. ცდები გვიჩვენებენ, რომ მაგნიტური ველი გამოიწვევს ორბიტალური მოძრაობის შედარებით ნელ ცვლილებას დროის მიხედვით. ამიტომ ვთვლით, რომ დროის ნებისმიერ მომენტში ელექტრონს ისევ გააჩნია ორბიტალური მექანიკური და მაგნიტური მომენტები, რომლებიც (4.21) თანაფარდობით არიან დაკავშირებული და იმისათვის, რომ გამოვარკვიოთ ორბიტალური მოძრაობის ცვლილების ხასიათი დროის მიხედვით, აუცილებელია განვიხილოთ ელექტრონის მოძრაობის განტოლება. ცნობილია, რომ მაგნიტური ველის მხრიდან მაგნიტურ მომენტზე მოქმედებს (3.20) ძალთა მომენტი, ამიტომ მომენტების განტოლება ჩაიწერება შემდეგნაირად:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = [\mathbf{p}\mathbf{B}] \quad (4.22)$$

(4.21)-ის გათვალისწინება (4.22)-ში მოგვცემს:

$$d\mathbf{L} = \frac{e}{2m} [\mathbf{B}\mathbf{L}]dt$$

აქედან გამოდინარეობს, რომ იმპულსის მომენტის მცირე ნაზრდს $d\mathbf{L}$ ვექტორის თანხვედნილი მიმართულება აქვს, ე.ი. დროის ნებისმიერ t მომენტში ის \mathbf{B} და $\mathbf{L}(t)$ ვექტორებზე გამავალი სიბრტყის პერპენდიკულარულია. 54-ე სურათზე ნათლად ჩანს, თუ როგორ იცვლება $\mathbf{L}(t)$ იმპულსის მომენტი dt დროში: $\mathbf{L}(t+dt) = \mathbf{L}(t) + d\mathbf{L}$. თუ გავადევნებთ თვალს \mathbf{L} ვექტორის ცვლილებას რამოდენიმე მომდევნო dt დროის შუალედების განმავლობაში (იხ. სურ. 54,ბ) დავრწმუნდებით, რომ \mathbf{L} ვექტორი და მასთან ერთად ორბიტის ღერძი შემოწერს კონუსს, რომლის ღერძი \mathbf{B} ვექტორის გასწვრივაა

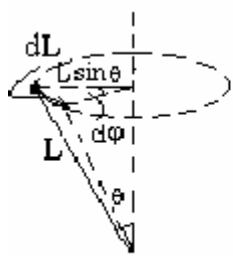


სურ. 54

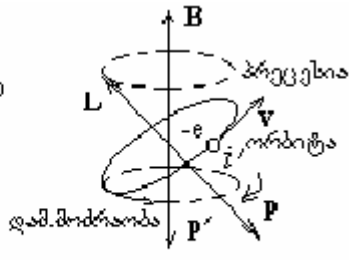
მიმართული. ღერძის ასეთ მოძრაობას პრეცესია ეწოდება (ბზრიალას ღერძის მოძრაობა ხახუნის გათვალისწინებით). ამრიგად, მაგნიტური ველის მოქმედება ელექტრონების მოძრაობაზე ატომებში, დაიყვანება ელექტრონული ორბიტების ღერძების პრეცესიის წარმოქმნაზე. ამ მოვლენას **ლარმორის პრეცესია** ეწოდება. ელექტრონის მოძრაობის თვალსაჩინო სურათს წარმოადგენს ბზრიალას ფერსოს წერტილის მოძრაობა ბზრიალას დავარდნამდე.

გამოვიანგარიშოთ ლარმორის პრეცესიის კუთხური სიხქარე Ω . კუთხური სიხქარის განსაზღვრის თანახმად $\Omega = d\varphi/dt$, სადაც (როგორც 55-ე სურათიდან ჩანს) $d\varphi = dL/L \sin\theta$. აქ ჩავსვათ $dL = (e/2m)BL \sin\theta dt$. მივიღებთ:

$$\Omega = \frac{eB}{2m} \quad (4.23)$$



სურ. 55

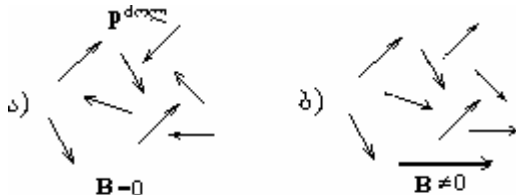


სურ. 56

აქედან ნათლად ჩანს, რომ პრეცესია იწვევს ელექტრონის დამატებით მოძრაობას რაღაც r' რადიუსის წრეწირის გასწვრივ, B ვექტორის ირგვლივ იმავე Ω კუთხური სიხქარით და შესაბამისად $v = \Omega r'$ (სურ. 56) სიხშირით. ეს დამატებითი მოძრაობა იწვევს დამატებით წრიულ დენს $i = ev = e\Omega r'$ და ამის შედეგად დამატებით მაგნიტურ მომენტსაც p' , რომელიც როგორც 56-ე სურათიდან ჩანს ველის სარირისპიროდაა

მიმართული და მისი აბსოლუტური სიდიდე $p' = i\pi r'^2 = (e\Omega/2\pi)\pi r'^2 = (e^2 r'^2/4m)B$.

2. **პარამაგნეტიზმი.** განვიხილოთ ატომებისგან ან მოლეკულებისგან შემდგარი ნივთიერება, რომელთა მაგნიტური მომენტი $p^{\text{მოლ}}$ განსხვავებულია ნულისაგან. ატომის მაგნიტური მომენტი შედგება ორბიტალური მოძრაობით განპირობებული ელექტრონების ორბიტალური მაგნიტური მომენტებისა და ელექტრონების თვისობრივად საკუთარი მომენტის – სპინის მაგნიტური მომენტებისაგან.



სურ. 57

გარე მაგნიტური ველის გარეშე მაგნიტური მომენტების ყველა მიმართულება ტოლფასია. ამის გამო ატომების მაგნიტური მომენტები ქაოსურად არიან ორიენტირებული და ნივთიერების ნებისმიერი მაკროსკოპული მოცულობის ჯამური მაგნიტური მომენტი ნულის ტოლია, ნივთიერება არ არის დამაგნიტებული (სურ. 57,ა). გარე მაგნიტური ველის არსებობისას მაგნიტური მომენტების ორიენტაცია

ველის გასწვრივ ენერგეტიკულად უფრო გამართლებულია. ველის ასეთი მომწესრიგებული მოქმედება სითბური მოძრაობის მადეზორიენტებელ მოქმედებასთან ერთად მიყვევართ მაგნიტური მომენტების წონასწორულ განაწილებისკენ, რომლის დროსაც მივიღებთ უპირატეს ორიენტაციას ველის მაგნიტური ინდუქციის გასწვრივ (სურ. 57,ბ). ამრიგად, ნივთიერების მოცულობის ერთეულში ატომების ჯამური მაგნიტური მომენტი:

$$M_{\text{ჯამ}} = \frac{\sum p_k^{\text{მოლ}}}{\Delta V} \quad (4.24)$$

განსხვავებულია ნულისაგან, ნივთიერება დამაგნიტებულია. დამაგნიტების ეს მექანიზმი, რომელიც მაგნიტურ ველში ატომების მაგნიტური მომენტების ორიენტაციასთან არის დაკავშირებული, პარამაგნეტიზმი ეწოდება. იმ ნივთიერებებში, რომლებშიც ატომების მაგნიტური მომენტები განსხვავებულია ნულისაგან, პარამაგნეტიზმს უფრო მეტი წვლილი შეაქვს დამაგნიტებაში ვიდრე დიამაგნეტიზმს. ასეთ ნივთიერებებს პარამაგნეტიკები ეწოდებათ.

ჩამოვაყალიბოთ პარამაგნეტიკების ძირითადი თვისებები: თეორია და ცდა გვიჩვენებს, რომ არც ისე ძლიერ მაგნიტურ ველში პარამაგნეტიკებში დამაგნიტების ვექტორი მაგნიტურ ველის დაძაბულობის პროპორციულია და იგივე მიმართულება აქვს:

$$\mathbf{M}=\chi\mathbf{H}, \chi>0 \quad (4.25)$$

პარამაგნეტიკების მაგნიტური ამთვისებლობა დაახლოებით ტემპერატურის უკუპროპორციულია (კიურის კანონი):

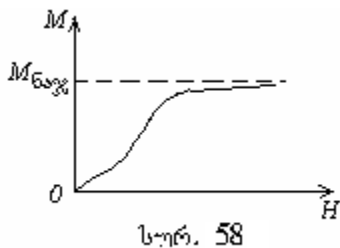
$$\chi \sim \frac{1}{T} \quad (4.26)$$

სავსებით გასაგებია კიურის კანონის ფიზიკური არსი, რაც უფრო მაღალია ტემპერატურა, მით უფრო არსებითია სითბური მოძრაობის მადეზორიენტებული მოქმედება და ამის შედეგად მით ნაკლებია ნივთიერების დამაგნიტებულობა მაგნიტურ ველში.

დიამაგნეტიკების მსგავსად პარამაგნეტიკებიც სუსტ მაგნეტიკებს მიეკუთვნება: $\chi \sim 10^{-4}$ და ღებულობს უფრო ნაკლებ მნიშვნელობასაც. იშვიათ მიწიერ ელემენტებს, მაგალითად გადოლინიუმს, შედარებით დიდი მაგნიტური ამთვისებლობა აქვს $\chi \sim 10^{-1}$. პარამაგნეტიკებს მიეკუთვნებიან კენტი რიგითი ნომრის მქონე ელემენტები, რომლებიც ატომურ მდგომარეობაში იმყოფებიან, რადგან მათი ატომების მაგნიტური მომენტები აშკარად განსხვავებულია ნულისაგან. პარამაგნეტიკებია უმრავლესი ლითონები (თავისუფალი ელექტრონების პარამაგნეტიზმის ხარჯზე) და სითხეები.

3. **ფერომაგნეტიზმი.** გავეცნოთ ახლა ფერომაგნეტიკების, ყველაზე უფრო ცნობილ და კარგად შესწავლილ მაგნიტომოწესრიგებულ ნივთიერებათა ჯგუფის ძირითად თვისებებს, რომლებსაც მიეკუთვნება რკინა (მისგან არის წარმოებული ჯგუფის სახელწოდება), ნიკელი, კობალტი, გადოლინიუმი და სხვა.

ჯერ-ერთი ფერომაგნეტიკები ძლიერი მაგნეტიკებია, მათი მაგნიტური შეღწევადობა აღწევს $\chi \sim 10^6$ რიგის მნიშვნელობას. შესაბამისად ამდენჯერვე მეტია ფერომაგნეტიკების დამაგნიტებულობა იმავე ველში, ვიდრე ღია - და პარამაგნეტიკებისა.

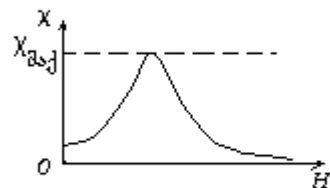


სურ. 58

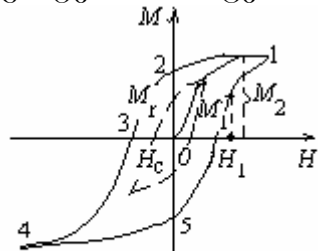
მეორე, ფერომაგნეტიკების დამაგნიტებისას დამაგნიტების ვექტორის სიდიდე აღარ არის მაგნიტური ველის დაძაბულობის პირდაპირპროპორციული. თუ დავიწყებთ თავდაპირველად დაუმაგნიტებელი ფერომაგნეტიკის ($M_{H=0}$) დამაგნიტებას მაგნიტური ველის დაძაბულობის გაზრდით, მივიღებთ $M(H)$ დამოკიდებულებას 58-ე სურათზე გამოსახული გრაფიკის

სახით. ასეთია დამაგნიტების ძირითადი მრუდი. ამ მრუდის დამახასიათებელი თავსებურება ის არის, რომ რომელიღაც მომენტიდან დაწყებული დამაგნიტებულობა აღწევს ნაჯერობას, ე.ი. აღარ იზრდება ველის დაძაბულობის ზრდასთან ერთად. $M(H)$ დამოკიდებულების არაწრფივი ხასიათი იმის მაუწყებელია, რომ ფერომაგნეტიკებისთვის მაგნიტური ამთვისებლობა χ არ არის მუდმივი. 58-ე სურათიდან ჩანს, რომ დამაგნიტების ძირითადი მრუდისთვის მაგნიტური ამთვისებლობის დამოკიდებულება $\chi=M/H$ ველის დაძაბულობაზე გამოსახება მე-59 სურათზე მოცემული მრუდით.

ფერომაგნეტიკის დამაგნიტების პროცესს ახასიათებს ჰისტერეზისის მოვლენა, რომელიც



სურ. 59

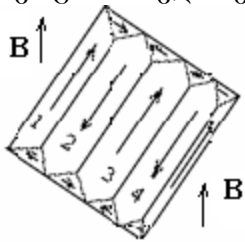


სურ. 60

მდგომარეობს იმაში, რომ დამაგნიტების მრუდი არ ემთხვევა შემდგომი განმაგნიტების მრუდს. ასე, მაგალითად, თუ ნიმუშს ნაჯერობამდე დავამაგნიტებთ (დამაგნიტების ძირითადი მრუდი 0-1, 60-ე სურათზე), ხოლო შემდეგ განვაგნიტებთ, გარე ველის შემცირებით, ნივთიერება ვერ გაივლის დამაგნიტების იმავე მდგომარეობებს (იხ. განმაგნიტების მრუდი

1 - 2). დამაგნიტებულობა განმაგნიტების დროს თითქოს “ჩამორჩება” ველისგან და ამავე

დროს რჩება უფრო მეტი ვიდრე იყო დამაგნიტების პროცესში. ეს იწვევს იმას, რომ ველის გაქრობის შემდეგაც დამაგნიტებულობა არ უტოლდება ნულს, არამედ აქვს რაღაც სასრული მნიშვნელობა M_r , ე.წ. ნარჩენი დამაგნიტებულობა. ნარჩენი დამაგნიტებულობის გასაბათილებლად საჭიროა გაგრძელდეს პროცესი საპირისპირო მიმართულებით, ველის გაზრდით რაღაც H_c დაძაბულობის მნიშვნელობამდე, რომელსაც კოერციტიული ძალა ეწოდება (იხ. 2-3 უბანი). თუ პროცესი გაგრძელდება ველის დაძაბულობის გაზრდით ნაჯერობამდე (3-4 უბანი), ხოლო შემდეგ უკუ მიმდევრობით ისევ დავბრუნდებით დამაგნიტებულობის ნაჯერობისკენ პირვანდელი მიმართულებით (4-5-1 უბანი), მიიღება შეკრული მრუდი 1-2-3-4-5-1, რომელსაც ჰისტერეზისის მაქსიმალური ციკლი ეწოდება. ანალოგიური პერიოდული პროცესის განხორციელებით, მაგნიტური ველის დაძაბულობის ცვლილების მცირე ამპლიტუდით, მიიღება ძირითადი ციკლის შიგნით მოქცეული ჰისტერეზისის შესაბამისი ციკლები (ერთ-ერთი ასეთი ციკლი 60-ე სურათზე წყვეტილი მრუდითაა გამოსახული). მაგნიტური ველის შესაბამისი ცვლილებით ფერომაგნეტიკი შეიძლება მოხვდეს ჰისტერეზისის ძირითადი ციკლის ფარგლებში მდებარე ნებისმიერ წერტილში. ამრიგად ფერომაგნეტიკის დამაგნიტებულობა არ წარმოადგენს ველის ცალსახა ფუნქციას (მაგალითად, $H=H_1$ დაძაბულობის დროს დამაგნიტებულობას შეიძლება ჰქონდეს ნებისმიერი მნიშვნელობა M_1 -დან M_2 -მდე შუალედში), არამედ დამოკიდებულია კიდევ მდგომარეობის წინა ისტორიაზე, ანუ რა ხერხით იყო მიღწეული განსახილველი მდგომარეობა. ამასთან დაკავშირებით უნდა აღინიშნოს, რომ ფერომაგნეტიკის მაგნიტური ამთვისებლობა და მაგნიტური შეღწევადობა წარმოადგენენ ამ სიდიდეების მაქსიმალურ მნიშვნელობებს დამაგნიტების ძირითადი მრუდის გასწვრივ (იხ. χ_{max} მე-60 სურათზე. პრაქტიკულად ფერომაგნეტიკებისთვის $\chi=\mu$, რადგან $\mu=1+\chi$, ხოლო $\chi \gg 1$). M_r , H_c და μ_{max} მუდმივები ფერომაგნეტიკების ძირითადი მახასიათებლებია. M_r და H_c სიდიდეების დიდი მნიშვნელობების მქონე ფერომაგნეტიკებს ხისტი ფერომაგნეტიკები ეწოდებათ, მათი ჰისტერეზისის ძირითადი ციკლი განიერია. დიდი ნარჩენი დამაგნიტებულობის გამო ხისტ ფერომაგნეტიკებს ფართოდ იყენებენ მუდმივი მაგნიტების დამზადების დროს. სხვადასხვა მიზნებისთვის, მაგალითად, ტანსფორმატორების გულარების დამზადებისას უკეთესია გამოყენებული იყოს შედარებით რბილი ფერომაგნეტიკები, რომლებშიც M_r და H_c მცირეა. ამ ფერომაგნეტიკების ჰისტერეზისის ძირითადი ციკლის სივიწროვე უზრუნველყოფს ენერჯის შედარებით მცირე დანაკარგებს გადამაგნიტების დროს.



სურ. 61

ყოველი ფერომაგნეტიკისთვის არსებობს დამახასიათებელი ტემპერატურა T_c , ე.წ. კიურის ტემპერატურა, რომლის მიღწევისას ფერომაგნეტიკი ნახტომისებურად კარგავს თავის სპეციფიკურ თვისებებს და ხდება ჩვეულებრივი პარამაგნეტიკი, რომლის მაგნიტური ამთვისებლობა კიური-ვეისის კანონს ექვემდებარება:

$$\chi = \frac{c}{T - T_c} \quad (4.27)$$

სადაც c არის ნიუთიერების თვისებებისგან დამოკიდებული კიურის

მუდმივა.

ფერომაგნეტიკების ზემოთ აღწერილი დამაგნიტების პროცესის თავისებურება დაკავშირებულია მათ სტრუქტურასთან, თანაც უპირატესი როლი აქ ენიჭებათ ელექტრონების სპინურ მაგნიტურ მომენტებს. კვანტური თეორიიდან გამომდინარეობს, რომ ელექტრონების ურთიერთქმედება არსებითად არის დამოკიდებული მათი სპინური მომენტების ფარდობით ორიენტაციაზე. ფერომაგნეტიკებში ეს ურთიერთქმედება იწვევს სპონტანური (ანუ თავისთავადი, რომელსაც ადგილი აქვს გარე ზემოქმედების გარეშე) დამაგნიტების არეების წარმოქმნას. ამ არეებს დომენები ეწოდებათ. თითოეული დომენის ფარგლებში მაგნიტური მომენტები ორიენტირებულია ერთიმეორის პარალელურად, ე.ი. დომენის ჯამური მაგნიტური მომენტი მაქსიმალურია. დაუმაგნიტებელ ფერომაგნეტიკებში საკმაოდ დიდი რაოდენობის დომენების შემცველ ყოველი ნაწილის მაგნიტური მომენტი (დომენების მახასიათებელი ზომაა 10^{-4} - 10^{-5} სმ) ნულის ტოლია იმის გამო, რომ დომენების

მაგნიტურ მომენტებს სხვადასხვა ორიენტაცია აქვთ (იხ. სურ 61, სადაც დომენების მაგნიტური მომენტები ისრებით არის ნაჩვენები). ფერომაგნეტიკის დამაგნიტებისას გარე მაგნიტური ველის გაზრდით, თავდაპირველად ხდება დომენების საზღვრების გარდაქმნა: ენერგეტიკულად უფრო ხელსაყრელი დომენები, რომელთა მაგნიტური მომენტები მახვილ კუთხეს ადგენენ ველის დაძაბულობასთან (მაგალითად 1 და 3 დომენები), ფართოვდებიან ენერგეტიკულად ნაკლებ ხელსაყრელი ორიენტაციის მქონე მეზობელი დომენების ხარჯზე (2 და 4). შემდეგ ჭარბობს დომენების ჯამური მაგნიტური მომენტების შემობრუნების პროცესი ველის დაძაბულობის მიმართულების გასწვრივ. როდესაც დომენების ყველა მაგნიტური მომენტი ველის გასწვრივ იქნება ორიენტირებული, დადგება გაჯერება. დომენების გარდაქმნის აღწერილი პროცესი შეუქცევადია. ამით აიხსნება ჰისტერეზისის მოვლენა. კიურის ტემპერატურის მიღწევისას დომენური სტრუქტურა იშლება.

თ ა ვ ი V

ელექტრული დენის კანონები

§ 11. მუდმივი ელექტრული დენი.

ელექტრული მუხტების მოწესრიგებულ მოძრაობას ელექტრული დენი ეწოდება. დენი გადის გამტარებში, რომელთა ძირითადი ნიშანია მათში თავისუფალი დაძაბულებული ნაწილაკების არსებობა, რომლებიც ელექტრული ველის გავლენით გამტარში გადაადგილდებიან. გამტარებია ლითონები, ნახევარგამტარები, ზოგიერთი სითხე (ელექტროლიტები) და გარკვეულ პირობებში აირები.

გამტარები იყოფა ორ ჯგუფად: პირველი და მეორე გვარის გამტარებად. პირველი გვარის გამტარებს მიეკუთვნებიან ის გამტარები, რომლებშიც ელექტრული დენის გავლა არ იწვევს რაიმე ცვლილებას გამტარში. პირველი გვარის გამტარების ტიპური წარმომადგენელია ლითონები.

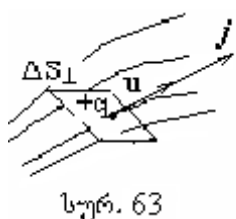
როდესაც ელექტრული ველის გავლენით გამტარში გადის დენი, თითოეული დენის მატარებლის ტრაექტორია სქემატურად შეიძლება წარმოვიდგინოთ ტენილი წირის სახით (სურ. 62). დენის მატარებელი ასრულებს ქაოსურ მოძრაობას (მრუდის ტენილები შეესაბამება მის დაჯახებებს სხვადასხვა ნაწილაკებთან) და ამასთან ერთად განიცდის დრეიფს, ე.ი. მოწესრიგებულად მოძრაობს მასზე მოქმედი ძალის მიმართულებით. ელექტრული დენის აღწერისას შეიძლება ყურადღება არ მივაქციოთ სითხურ მოძრაობას, რადგან ქაოსური მოძრაობის გამო ის არ გამოიწვევს მუხტის სისტემატურ გადატანას. ამიტომ განვიხილავთ მუხტის მოწესრიგებულ მოძრაობას u სიჩქარით ტრაექტორიის გასწვრივ, რომელსაც დენის წირი ეწოდება. ელექტრული დენი მუდმივია, თუ დენის მატარებლების მოძრაობა სტაციონარულია ანუ მათი მიმართული მოძრაობის სიჩქარე გამტარის მოცემულ წერტილში არ იცვლება დროის მიხედვით. დენის წირების სურათიც უცვლელი დარჩება.



1. დენის ძალა და სიმკვრივე. განვიხილოთ გამტარის შიგნით რაიმე შ ზედაპირი. დავუშვათ, რომ Δq დროის მცირე შუალედში ამ ზედაპირში გაიარა Δq მუხტმა. შემდეგი შეფარდების ზღვარს:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (5.1)$$

ეწოდება S ზედაპირში გამავალი დენის ძალა. დენის ძალა ალგებრული სიდიდეა. დენის მიმართულებად მიღებულია გამტარში დადებითი მუხტის გადაადგილების მიმართულება.



მთელ რიგ ამოცანებში არ არის საკმარისი ვიცოდეთ გამტარის განივკვეთში გამავალი დენის ძალა, ამიტომ არსებითია გამოვარკვიოთ თუ როგორ იქნება განაწილებული დენი განივკვეთში. ამ მიზნით შემოტანილია ცნება დენის სიმკვრივის ვექტორის შესახებ. დენის სიმკვრივე ეწოდება ვექტორს, რომლის სიდიდე უდრის დენის წირების

პერპენდიკულარულ ერთეულოვან ფართობზე გამავალ დენის ძალას, ხოლო მიმართულება ემთხვევა დადებითი მუხტის მოწესრიგებული მოძრაობის მიმართულებას (სურ. 63). განსაზღვრის თანახმად დენის j სიმკვრივისთვის მივიღებთ:

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S_{\perp}} \quad (5.2)$$

დენის სიმკვრივე შეიძლება გამოვსახოთ დენის მატარებლების n_0 კონცენტრაციით და მოწესრიგებული მოძრაობის u სიჩქარით. 64-ე სურათიდან ჩანს, რომ ΔS_{\perp} ფართობში და Δt დროს შუალედში გავლენ მხოლოდ ის მუხტები, რომლებიც t მომენტში იმყოფებიან ΔS_{\perp} ფუძის ფართობისა და უ Δt სიმაღლის მართკუთხა პარალელოპიპედში. თუ q არის ერთი მატარებლის მუხტი, მაშინ ΔS_{\perp} ფართობში გამავალი დენის ძალა იქნება: $\Delta I = qn_0 u \Delta S_{\perp}$. დენის სიმკვრივისთვის მივიღებთ $j = qn_0 u$. რადგან j და u ვექტორებს ერთი და იგივე მიმართულება აქვთ, ამიტომ მიღებული ფორმულა შეიძლება ჩაეწეროს ვექტორულად

$$j = qn_0 u \quad (5.3)$$

როდესაც დენის წარმოქმნაში მონაწილეობას ღებულობენ როგორც დადებითი ისე უარყოფითი მუხტები, მაშინ მათი სიმკვრივები იკრიბება:

$$j = j_+ + j_- = q_+ n_+ u_+ + q_- n_- u_- \quad (5.4)$$

(5.2)–სა და მოცემული სურათების მიხედვით

$$\Delta S_{\perp} = \Delta S \cos \alpha, \quad j_n = j \cos \alpha \quad (\text{სურ. 65})$$

$$\Delta I = j \Delta S_{\perp} = j \Delta S \cos \alpha = j_n \Delta S, \quad \text{ე.ი. } \Delta I = j_n \Delta S.$$

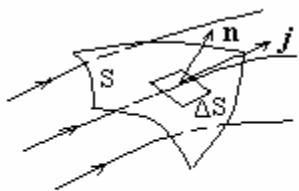
ზღვარზე გადასვლის შემდეგ მივიღებთ $dI = j_n dS$, აქედან:

$$I = \int_S j_n dS = \int_S j dS \quad (5.5)$$

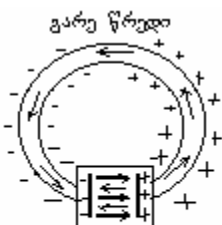
(5.5)–ის გათვალისწინებით შეიძლება ჩამოყალიბდეს

მუხტის მუდმივობის კანონი: ჩაკეტილ S ზედაპირის შიგნით მოთავსებული მუხტის შემცირება დროის ერთეულში უდრის ამ ზედაპირზე დენის სიმკვრივის ნაკადს:

$$\frac{dq}{dt} = -\oint j_n dS = -\oint j dS \quad (5.6)$$



სურ. 66



სურ. 67

ველი გამტარის შიგნით არ იარსებებს. ამ დასკვნამდე შეიძლება მივიდეთ, თუ გამოვიყენებთ ენერჯის მუდმივობის კანონს. ჯოულ–ლენცის კანონის თანახმად მუდმივი დენის წრედში უწყვეტად გამოიყოფა სითბო. რადგან პირველი გვარის გამტართა შინაგანი ენერჯია არ იცვლება დენის გავლისას, ამიტომ სითბოს გამოყოფა შეიძლება მოხდეს მხოლოდ დენის მატარებლებზე რაღაც ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის ხარჯზე, თანაც ეს ძალები არ შეიძლება იყვნენ მხოლოდ ელექტროსტატიკური ძალები, ვინაიდან როგორც ვიცით მათი მუშაობა შეკრული წრედის გასწვრივ ყოველთვის ნულის ტოლია.

ამრიგად წრედში მუდმივი დენის არსებობისათვის უნდა არსებობდნენ არაელექტროსტატიკური წარმოშობის ძალები – ეგრეთ წოდებული გარეშე ძალები. ეს ძალები ხელს უნდა უწყობდნენ გარე წრედში მუხტის ისეთ განაწილებას, რომლის დროსაც მათ მიერ შესრულებული მუშაობა მუხტის გადატანაზე შეკრული წრედის გასწვრივ განსხვავებული იქნება ნულისაგან. მუდმივი დენის წრედებში გარე ძალები მოქმედებენ

დენის წყაროების შიგნით (გალვანური ელემენტები, აკუმულატორები და სხვა) და ქიმიური ბუნება აქვთ, ხოლო გარე წრედში დენის მატარებლები მოძრაობენ ელექტროსტატიკური ძალების გავლენით. ამ დროს მუხტი გამტარის ზედაპირზეა განაწილებული (ერთგვაროვანი გამტარის შემთხვევაში). მუდმივი დენის სურათი სქემატურად 67-ე სურათზეა გამოსახული, სადაც წვრილი ისრები გვიჩვენებენ ელექტრული ველის დაძაბულობის მიმართულებას, ხოლო მუქი – გარე ძალების ველის დაძაბულობას.

გარე ძალების რაოდენობრივი დახასიათებისთვის შემოაქვთ სკალარული ფიზიკური სიდიდე, რომელსაც ელექტრომამოძრავებელი ძალა ეწოდება (ე.მ.ძ). ელექტრომამოძრავებელი ძალა ეწოდება შეკრულ წრედში q მუხტის გადაადგილებისას გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობის შეფარდებას ამ მუხტის სიდიდესთან:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} \quad (5.7)$$

აქედან გამომდინარეობს, რომ ემ რიცხობრივად უდრის შეკრული წრედის გასწვრივ ერთეულოვანი დადებითი მუხტის გადაადგილებისას შესრულებულ მუშაობას. თუ დავეუშვებთ, რომ $E_{\text{გარე}}$ არის ერთეულოვანი დადებით მუხტზე მოქმედი გარე ველის დაძაბულობა ანუ

$$E_{\text{გარე}} = F_{\text{გარე}}/q \quad (5.8)$$

მაშინ (1.27)-ის ანალოგიურად მივიღებთ ფორმულას გარე ძალების მუშაობისათვის წრედის 1-2 უბანზე, ასე, რომ ამ უბანზე მოქმედი ემ-სთვის მივიღებთ

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 E_{\text{გარე}} dl \quad (5.9)$$

წრედის საწყის 1 წერტილიდან საბოლოო 2 წერტილში დადებითი მუხტის გადაადგილებისას ყველა ძალის მიერ შესრულებულ მუშაობას ეწოდება ძაბვა მოცემულ უბანზე. ზოგად შემთხვევაში ძაბვა წარმოადგენს უბნის საწყისი და საბოლოო წერტილების პოტენციალთა სხვაობისა და ამ უბანზე მოქმედი ემ-ის ჯამს:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12} \quad (5.10)$$

როდესაც განსახილველ უბანზე გარე ძალები არ მოქმედებენ (დენის წყაროს გარეშე), მაშინ ძაბვა პოტენციალთა სხვაობის ტოლია:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (5.11)$$

3. მუდმივი დენის კანონები. უპირველეს ყოვლისა შევნიშნოთ, რომ მუდმივი დენი, როგორც წესი, მიედინება მხოლოდ შეკრულ წრედებში, წინააღმდეგ შემთხვევაში წრედის გაწყვეტილ ადგილებში მოხდებოდა მუხტის დაგროვება. ეს გამოიწვევდა გამტარებში ელექტრული ველის ცვლილებას რაც შეუთავსებელია დენის მატარებლების სტაციონარულ მოძრაობასთან. მეორე მხრივ დენის ძალა გამტარის ნებისმიერ კვეთაში ერთი და იგივეა (იგულისხმება, რომ წრედში არ არის განშტოებები). მართლაც, გამტარის ორ კვეთაში დენის ძალა რომ სხვადასხვა აღმოჩნდეს, მაშინ ამ კვეთებს შორის მოქცეულ გამტარის უბანზე დაგროვდებოდა მუხტი, რაც ასევე გამოიწვევდა ელექტრული ველის ცვლილებას და ისევ დაარღვევდა დენის სტაციონარულ დინებას.

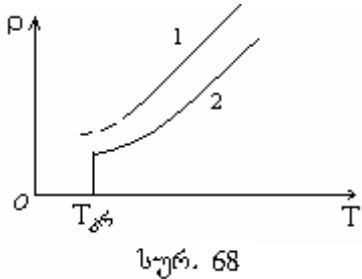
ახლა დავადგინოთ დენის ძირითადი რაოდენობრივი კანონები. გეორგ ომის მიერ ცდით დადგნილი იყო, რომ მუდმივი დენის წრედის უბანზე, რომელიც შედგება პირველი გვარის გამტარისაგან და რომელშიც არ მოქმედებს ემ, დენის ძალა ძაბვის პირდაპირპროპორციულია:

$$I = \frac{U}{R} \quad (5.12)$$

პროპორციულობის კოეფიციენტის შებრუნებულ სიდიდეს, რომელიც გამტარის თვისებებზეა დამოკიდებული გამტარის წინააღობა ეწოდება. ერთგვაროვანი გამტარისათვის წინააღობა გამტარის l სიგრძის პირდაპირპროპორციულია და უპროპორუკორციულია მისი განივკვეთის S ფართობისა:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (5.13)$$

პროპორციულობის კოეფიციენტი ρ რიცხობრივად უდრის ერთეულოვანი ($l=1\text{მ}$, $S=1\text{ მ}^2$) ცილინდრული გამტარის წინაღობას. მას კუთრი წინაღობა ეწოდება, ხოლო მის შებრუნებულ სიდიდეს



სურ. 68

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (5.14)$$

ნულის ტოლი. (მოცემულ სურათზე მეორე მრუდი). ეს ტემპერატურები რამოდენიმე კელვინის რიგისაა. ჯოულ-ლენცის კანონის მიხედვით მუდმივი დენის წრედის უბანზე უწყვეტად გამოიყოფა სითბო, რომელიც დენის ძალის კვადრატის, უბნის წინაღობისა და დროის პროპორციულია:

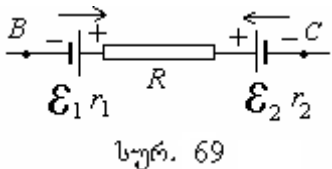
$$Q = I^2 \cdot R \cdot t \quad (5.15)$$

(5.10)–ის გათვალისწინებით შეგვიძლია მივიღოთ ომის კანონი წრედის უბნისათვის, რომელიც შეიცავს \mathcal{E} ემპ–სა და R წინაღობას.

$$I \cdot R = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E} \quad (5.16)$$

აქედან უშუალოდ გამომდინარეობს ომის კანონი შეკრული წრედისათვის. ამისათვის საკმარისია დაეუშვათ, რომ $\varphi_1 = \varphi_2$. თუ წრედის სრულ წინაღობას ჩავწერთ გარე უბნის R წინაღობისა და წყაროს r შიდა წინაღობის ჯამის სახით, მივიღებთ:

$$I(R+r) = \mathcal{E} \quad (5.17)$$

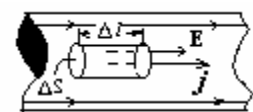


სურ. 69

(5.16) და (5.17) ფორმულებში \mathcal{E} არის ჯამური ემპ, რომელიც მიმდევრობით შეერთებულ რამოდენიმე წყაროს შემთხვევაში მათი ალგებრული ჯამის ტოლია.

დავაზუსტოთ წესი ნიშნების შერჩევის შესახებ. წრედის შემოვლის მიმართულება შევარჩიოთ ნებისმიერად (5.17 ფორმულის შემთხვევაში ეს არის მიმართულება საწყისი წერტილიდან საბოლოო C წერტილისაკენ). თუ გარე ძალების დაძაბულობის მიმართულება ემთხვევა შემოვლის მიმართულებას წყაროს ემპ–ის წინ იწერება დადებითი ნიშანი, ხოლო წინააღმდეგ შემთხვევაში უარყოფითი ნიშანი (გავიხსენოთ, რომ გარე ძალების დაძაბულობა წყაროს შიგნით მიმართულია უარყოფითი ელექტროდიდან დადებითისაკენ). დენის ძალის ნიშანი დამოკიდებულია დადებითი მუხტის მოძრაობის მიმართულებაზე: შემოვლის მიმართულების გასწვრივ ($I > 0$), ხოლო მის საწინააღმდეგოდ ($I < 0$). მაგალითად, 69–ე სურათზე, სადაც ისრები გვიჩვენებენ გარე ძალების დაძაბულობის მიმართულებას, ომის კანონი (5.16) უნდა ჩაიწეროს შემდეგნაირად:

$$I(R+r_1+r_2) = \varphi(B) - \varphi(C) + \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$$



სურ. 70

თუ მოცემული R , r_1 , r_2 , $\varphi(B)$, $\varphi(C)$, \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 სიდიდეების ჩასმის დროს აღმოჩნდება, რომ $I < 0$, მაშინ დენს დადებითი მიმართულების საპირისპირო მიმართულება ექნება, ანუ C –დან B –სკენ.

4. ომისა და ჯოულ-ლენცის კანონების დიფერენციალური სახე.

გამტარის შიგნით გონების თვალთ გამოვყოთ სწორი l სიგრძის მცირე ზომის ცილინდრი, რომლის ფუძის ფართობია ΔS და დენის წირების გასწვრივაა განლაგებული (სურ. 70). ასეთი ელემენტარული ცილინდრისთვის ომის კანონი (5.12) შემდეგი სახით ჩაიწერება $\Delta U = R\Delta I$, სადაც R ელემენტის წინააღობაა, ΔI კი ΔS კვეთაში გამავალი დენი, ხოლო ΔU გამტარის ბოლოებზე მოდებული ძაბვა. თუ გავითვალისწინებთ, რომ $\Delta I = j\Delta S$, $R = \rho\Delta l/\Delta S$ და $\Delta U = E\Delta l$ და რომ $\Delta U = -\Delta\phi$, მივიღებთ $j = E/\rho$ ან (5.14)–ის გათვალისწინებით $j = \sigma E$. j და E ვექტორების მიმართულებები თანხვედნილია, რადგან განსაზღვრის თანახმად j ვექტორი მიმართულია დადებითი მუხტების მოწესრიგებული მოძრაობის გასწვრივ, ხოლო დადებითი მუხტები როგორც ვიცით მოძრაობენ ველის დაძაბულობის მიმართულებით. ამიტომ უკანასკნელი ტოლობა შეიძლება ჩავწეროთ ვექტორულად:

$$j = \sigma E \quad (5.18)$$

ეს ფორმულა, რომელიც აკავშირებს დენის სიმკვრივეს და ველის დაძაბულობას გამტარის ერთი და იმავე წერტილში წარმოადგენს ომის კანონს დიფერენციალური სახით. იმ წერტილში, სადაც ელექტროსტატიკურ ძალებთან ერთად მოქმედებენ გარე ძალებიც (მაგალითად, დენის წყაროს შიგნით) ანალოგიური გამოთვლები მოგვცემენ შემდეგ გამოსახულებას:

$$j = \sigma(E + E_{\text{ბარ}}) \quad (5.19)$$

ანალოგიურად (5.2), (5.13), (5.14), (5.15) და (5.18) ფორმულების გამოყენებით მივიღებთ ჯოულ-ლენცის კანონს დიფერენციალური სახით:

$$w = \sigma E^2 \quad (5.20)$$

სადაც w არის სითბოს ის რაოდენობა, რომელიც გამოიყოფა დროის ერთეულში, გამტარის მოცულობის ერთეულში განსახილველი წერტილის მახლობლად. მართლაც:

$$w = \frac{\Delta Q}{\Delta t \Delta V} = \frac{(\Delta I)^2 \rho (\Delta l / \Delta S) \Delta t}{\Delta t \Delta l \Delta S} = \frac{(j \Delta S)^2}{\sigma (\Delta S)^2} = \sigma E^2.$$

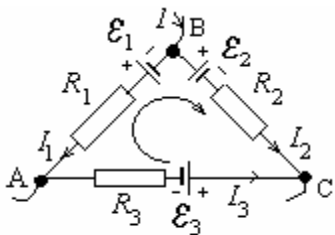
5. კირხჰოფის წესები მუდმივი დენის განშტოებული წრედებისათვის. პირველი წესი:

ნებისმიერ კვანძ წერტილში (A, B, C) თავმოყრილი დენების ალგებრული ჯამი ნულის ტოლია (სურ. 72). მაგალითად B წერტილში $I = I_1 + I_2$. აქ უნდა გავითვალისწინოთ შემდეგი წესი: როდესაც დენის მიმართულება ემთხვევა კონტურის შემოვლის მიმართულებას, მის წინ იწერება დადებითი ნიშანი, ხოლო საპირისპირო მიმართულების შემთვევაში – უარყოფითი.

$$\sum_k I_k = 0 \quad (5.21)$$

მეორე წესი: ნებისმიერი შეკრული კონტურის გასწვრივ ძაბვის ვარდნათა ჯამი უდრის ამ კონტურში მოქმედ ემპ-ის ჯამს.

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathcal{E}_k \quad (5.22)$$



სურ. 71

6. ელექტრომაგნიტური ინდუქციის კანონი. ეს კანონი აღმოჩენილი იყო ინგლისელი მეცნიერის მაიკლ ფარადეის მიერ 1831 წ. და მდგომარეობს შემდეგში: მაგნიტური ველის ინდუქციის ნაკადის ცვლილება შეკრული კონტურით შემოსაზღვრულ ფართობში ამავე კონტურში აღძრავს ინდუქციის ემპ-ს, რომელიც ნაკადის ცვლილების სისწრაფის პროპორციულია:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.23)$$

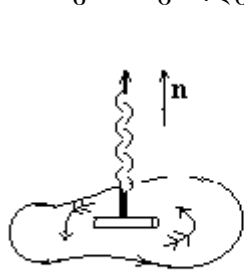
მაგნიტური ველის ინდუქციის ნაკადი S ზედაპირში შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$\Phi = \int_S B_n dS = \int \mathbf{B} d\mathbf{S} \quad (5.24)$$

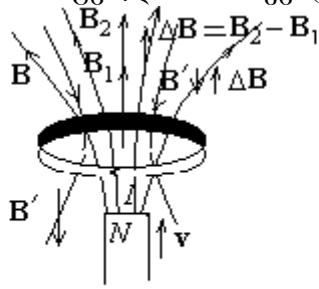
SI სისტემაში მაგნიტური ინდუქციის ნაკადის ერთეულად მიღებულია 1 ვებერი (ვბ).

1 ვბ=1 ტლ · 1 მ². ნაკადის ნიშანი დამოკიდებულია შ ზედაპირისადმი აღმართული ნორმალის შერჩევის მიმართულებაზე, ხოლო ემძ-ის ნიშანი კონტურის შემოვლის მიმართულებაზე. ეს მიმართულებები ერთმეორესთან მარჯვენა ბურღის წესით არიან დაკავშირებული: როდესაც ბურღის სახელურის ბრუნვა ემთხვევა კონტურის შემოვლის მიმართულებას, მაშინ მისი წვერის გადატანითი მოძრაობა განსაზღვრავს ნორმალის მიმართულებას (სურ. 72). კონკრეტულ მაგალითებზე შეიძლება დავრწმუნდეთ, რომ (5.23) ფორმულაში უარყოფითი ნიშანი განსაზღვრავს ცნობილ ლენცის წესს, რომლის თანახმადაც გამტარში ინდუქციის დენს აქვს ისეთი მიმართულება, რომლის მაგნიტური ველი ეწინააღმდეგება იმ მაგნიტური ნაკადის ცვლილებას, რომელმაც წარმოქმნა ეს დენი (სურ. 73).

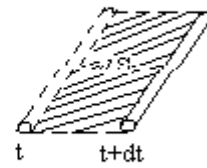
ინდუქციის ემძ აღიძვრება ღია გამტარშიც, როდესაც ის მოძრაობს მაგნიტურ ველში. მისი განსაზღვრისათვის შეიძლება ვისარგებლოთ იმავე (5.23) ფორმულით, სადაც dA



სურ. 72



სურ. 73



სურ. 74

იქნება მაგნიტური ინდუქციის ის ნაკადი, რომელიც გადის მოძრავი გამტარის მიერ dt დროში შემოწერილ dS ფართობში (სურ. 74). ელექტრომაგნიტური ინდუქციის კერძო შემთხვევას წარმოადგენს თვითინდუქციის მოვლენა. განვიხილოთ შეკრული კონტური, რომელშიც გადის I დენი. ეს დენი გარემომცველ სივრცეში აღძრავს მაგნიტურ ველს. ადვილი მისახვედრია, რომ გამტარის მიერ შემოსაზღვრულ S ზედაპირში გამავალი ამ ველის მაგნიტური ინდუქციის A ნაკადი დენის პროპორციული იქნება:

$$A = LI \quad (5.25)$$

მართლაც სუპერპოზიციის პრინციპიდან გამომდინარე და ბიო-სავარ-ლაპლასის ფორმულის თანახმად $B \sim I$. ამიტომ (5.24) ნაკადის გამოსახულებაში I არის მამრავლი ინტეგრალქვეშა ფუნქციაში და გამოდის ინტეგრალის ნიშნის გარეთ.

პროპორციულობის კოეფიციენტი L დამოკიდებულია გამტარის ზომებზე, ფორმაზე და აგრეთვე გარემომცველ სივრცეში მაგნეტიკების თვისებებზე და მდებარეობაზე. მას გამტარის ინდუქციურობა ეწოდება. SI სისტემაში ინდუქციურობის ერთეულად მიღებულია “ჰენრი”: 1 ჰნ=1 ვბ/ა. როდესაც გამტარში დენი იცვლება, მაშინ (5.25)-ის თანახმად შეიცვლება A ნაკადიც და ამის შედეგად ელექტრომაგნიტური ინდუქციის კანონის თანახმად გამტარში აღიძვრება ემძ. გამტარში ემძ-ის აღძვრას ამავე გამტარში დენის ცვლილების გამო თვითინდუქციის მოვლენა ეწოდება. თუ (5.25) გამოსახულებას ჩავსვამთ (5.23)-ში მივიღებთ ფორმულას თვითინდუქციის ემძ-სთვის:

$$\mathcal{E}_{თვ} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}$$

თუ ჩავთვლით, რომ L მუდმივი სიდიდეა (როდესაც გამტარი არ დეფორმირდება და უგულებელვყოფთ მაგნეტიკების არსებობას), მივიღებთ:

$$\mathcal{E}_{თვ} = -L \frac{dI}{dt} \quad (5.26)$$

ამ ფორმულიდან ჩანს, რომ თვითინდუქციის ემძ-ის მნიშვნელობა დამოკიდებულია აგამტარის ინდუქციურობაზე. დიდი ინდუქციურობა გააჩნიათ გამტარ კოჭებს (სოლენოიდები). ცალკეულ ხვევებში ინდუცირებულ ემძ-ს ერთი და იგივე მიმართულება აქვთ, ამიტომ კოჭაში სრული ემძ იქნება მათი ალგებრული ჯამი.

დავადგინოთ ფორმულა გრძელი სოლენოიდის ინდუქციურობისათვის. L -ით აღვნიშნოთ სოლენოიდის სიგრძე, S -ით მისი განივკვეთის ფართობი, ხოლო n_0 -ით სოლენოიდის სიგრძის ერთეულზე განლაგებული ხვიების რაოდენობა. (5.25)-ის თანახმად $L=A/I$. დავუშვათ, რომ სოლენოიდი μ მაგნიტური შეღწევადობის მქონე ერთგვაროვანი მაგნეტიკითაა შევსებული და ამავე დროს უგულბებელვით კიდურა ეფექტები. მაშინ ერთი ხვიის ფართობზე გამავალი მაგნიტური ინდუქციის A_1 ნაკადისთვის მივიღებთ $A_1=BS=\mu B_0 S=\mu_0 \mu n_0 I S$. ჯამური ნაკადი ყველა $N=n_0 l$ ხვიაში იქნება $A=A_1 n_0 l=\mu_0 \mu n_0^2 I S l$. ან საბოლოოდ:

$$L=\mu_0 \mu n_0^2 S l \quad (5.27)$$

7. მაგნიტური ველის ენერჯია. განვიხილოთ მუდმივი დენის წრედი, რომელიც შედგება დენის წყაროსაგან, წინაღობისაგან და L ინდუქციურობის კოჭასაგან, რომელშიც გადის I დენი. დავუშვათ, რომ რომელიღაც მომენტში შეწყდა წყაროს გარე ძალების მოქმედება, ან წყაროს ისე გამოვრთავთ, რომ წრედი ისევ შეკრული დარჩეს. თვითინდუქციის მოვლენის გამო წრედში დენი არ შეწყდება მაშინვე, რადგან თვითინდუქციის ემძ, რომელიც ამ დენის შემცირებით არის განპირობებული, ლენცის წესის თანახმად ხელს უშლის დენის შემცირებას ანუ ცდილობს შეინარჩუნოს კლებადი დენი. დენის შემცირებისას წინააღობაზე გამოიყოფა სითბო, რომელიც წრედში შესრულებული მუშაობის ტოლი იქნება. რადგან შეკრულ წრედში მუხტის გადატანისას ელექტროსტატიკური ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა ნულის ტოლია, ამიტომ მთელი მუშაობა სრულდება მხოლოდ გარე ძალების მეშვეობით. როგორ დავადგინოთ ამ მუშაობის გამოსახულება.

იმ მცირე dt დროის შუალედში, რომლის განმავლობაშიც დენის ძალისა და ემძ-ის მნიშვნელობები პრაქტიკულად უცვლელი რჩება, (5.7)-ის თანახმად გარე ძალების მიერ შესრულებული მუშაობა $dA=\mathcal{E}_{\text{ext}} dq$, სადაც $dq=I dt$ არის დტ დროის განმავლობაში წრედში გავლილი მუხტი, ხოლო თვითინდუქციის ემძ (5.26) ფორმულით არის გამოსახული. ამრიგად $dA=-L(dI/dt)I dt=-L I dI$. მთელი მუშაობა იქნება

$$A = \int_I^0 (-L I dI) = \frac{L I^2}{2}$$

ენერჯიის მუდმივობის კანონის თანახმად ეს მუშაობა განსაზღვრავს იმ ენერჯიას, რომელიც გააჩნია დენიან კოჭას:

$$W=L I^2/2 \quad (5.28)$$

ელექტრომაგნეტიზმის ზოგადი თეორიიდან გამომდინარეობს, რომ ეს ენერჯია უნდა მივაწეროთ სოლენოიდის მაგნიტურ ველს. თუ სოლენოიდი საკმაოდ გრძელია, მაშინ მაგნიტური ველი მთლიანად მის შიგნითაა ლოკალიზებული და თანაც ერთგვაროვანია. ამ ველის მაგნიტური ინდუქცია განსაზღვრულია (3.15)-ით და (4.16)-ის გამრავლება μ -ზე მოგვცემს $H=B/\mu_0 \mu$. დენის ამ მნიშვნელობისა და (5.28)-ის გათვალისწინება (5.29)-ში მოგვცემს:

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} \cdot V \quad (5.29)$$

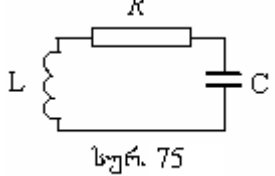
სადაც V არის სოლენოიდის მოცულობა. (5.29)-ის გაყოფა V -ზე მოგვცემს მაგნიტური ენერჯიის სიმკვრივეს w , ანუ ერთეულოვანი მოცულობის ენერჯიას. (4.13)-ის დახმარებით შეგვიძლია მივიღოთ რამოდენიმე ტოლფასი გამოსახულება მაგნიტური ველის ენერჯიის სიმკვრივისათვის:

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} \quad (5.30)$$

ეს ფორმულები მართალია, მიღებული იყო მუდმივი და ერთგვაროვანი ველის კერძო შემთხვევებისათვის, მაგრამ ისინი ველის ენერჯის სიმკვრივეს განსაზღვრავენ ზოგად შემთხვევაშიც.

§ 12. ელექტრული რხევები

1. თავისუფალი ელექტრული რხევები. განვიხილოთ მიმდევრობით შეერთებული აქტიური წინაღობის, კონდენსატორისა და კოჭასაგან შედგენილი წრედი. ასეთ წრედს რხევითი კონტური ეწოდება (სურ. 75). დაუშვათ, რომ საწყის მომენტში კონდენსატორს მინიჭებული



აქვს რაიმე q მუხტი და შემდეგ თავის ნებაზეა მიშვებული. რა პროცესები იწარმოებს კონტურში? მექანიკური რხევების ანალოგიურად კონტურში აღიძვრება მიღვევადი ელექტრული რხევები რადგან კონტურს გააჩნია გარკვეული წინაღობა და ენერჯის ნაწილი ხმარდება ამ წინაღობის დაძლევის, კერძოდ, ენერჯის ნაწილი იკარგება ძირითადად R წინაღობაში გამოყოფილი ჯოულ-ლენცის სითბოს სახით.

რხევის განტოლების მისაღებად გამოვიყენოთ კირხჰოფის მეორე წესი, რომლის თანახმად, პოტენციალის ვარდნათა ჯამი უნდა უდრიდეს კონტურში მოქმედ ემპ-თა ჯამს. კონტურში მოქმედებს მხოლოდ თვითინდუქციის ემპ

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$$

რომელიც აღიძვრება კოჭაში დენის ცვლილების გამო. პოტენციალის ვარდნა R წინაღობაზე არის IR , კონდენსატორის შემონაფენზე $U=q/C$. ამიტომ კირხჰოფის წესის თანახმად:

$$IR + U = -L \frac{dI}{dt}$$

ამ განტოლების დროით გაწარმოება მოგვცემს:

$$\frac{d^2I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} \frac{dq}{dt} = 0$$

შემოვიღოთ აღნიშვნები: $R/L=2\alpha$, $1/LC=\omega_0^2$ და გავითვალისწინოთ, რომ $dq/dt=I$, მაშინ მივიღებთ მიღვევადი რხევის დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2I}{dt^2} + 2\alpha \frac{dI}{dt} + \omega_0^2 I = 0 \quad (5.31)$$

ამ განტოლების ამოსახსნელად შემოვიღოთ ახალი ცვლადი $z(t)$, რომელიც დენის ძალასთან შემდეგნაირად იყოს დაკავშირებული

$$I = ze^{-\alpha t} \quad (5.32)$$

ამ გამოსახულების გაწარმოება და (5.31)-ში ჩასმა მოგვცემს:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -(\omega_0^2 - \alpha^2)z \quad (5.33)$$

როდესაც $\alpha < \omega_0$, (5.33) გამოსახულებაში $(\omega_0^2 - \alpha^2)$ დადებითია და მას ω^2 -ით აღვნიშნავთ, მივიღებთ ჰარმონიული რხევის დიფერენციალურ განტოლებას

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -\omega^2 z, \quad (5.34)$$

რომლის ამოსხნაა $z = a \sin(\omega t + \beta)$. z -ის მნიშვნელობის ჩასმა (5.32)-ში, მოგვცემს:

$$I = ae^{-\alpha t} \sin(\omega t + \beta) \quad (5.35)$$

ე.ი. მცირე წინაღობის შემთხვევაში, განმუხტვას რხევითი ხასიათი აქვს. დენის ძალის რხევა იწარმოებს

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{(1/LC) - (R/2L)^2}$$

სისშირით. მისი ამპლიტუდა $I_0 = ae^{-\alpha t}$ ექსპონენციალურად მცირდება დროის განმავლობაში. $\alpha = R/2L$ -ს ეწოდება მიღვევის კოეფიციენტი. 76-ე სურათზე მოყვანილია დენის ძალის გრაფიკი. კონტურის მიღვევადი რხევის პერიოდი იქნება:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{(1/LC) - (R/2L)^2}} \quad (5.36)$$

წინააღმდეგობის არარსებობის შემთხვევაში ($\alpha=R/2L=0$) რხევები იქნებოდა მიუღწევადი და ამ შემთხვევაში (5.35) განტოლებიდან $I=asin(\omega t+\beta)$, ე.ი. დენის ძალა სინუსოიდური კანონით შეიცვლებოდა და რხევის სიხშირე იქნებოდა

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

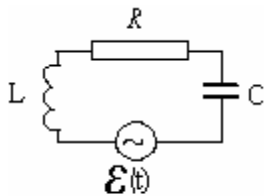
ხოლო საკუთარი მიუღწევადი ელექტრული რხევების პერიოდი

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (5.37)$$

ამ ფორმულას ტომსონის ფორმულა ეწოდება. დავუშვათ, რომ 76-ე სურათზე რომელიმე t მომენტისათვის დენის ამპლიტუდური მნიშვნელობა (5.35)-ის მიხედვით იყოს $a_1 = ae^{-\alpha t}$, ხოლო T პერიოდის შემდეგ $a_2 = ae^{-\alpha(t+T)}$. ამ მნიშვნელობების შეფარდების ლოგარითმისთვის მივიღებთ, რომ

$$\ln \frac{ae^{-\alpha t}}{ae^{-\alpha(t+T)}} = \ln e^{\alpha T} = \alpha T$$

ამ სიდიდეს აღნიშნავენ λ ასოთი და მას მიღევის ლოგარითმული დეკრემენტი ეწოდება $\lambda = \alpha T$. მიღევის კოეფიციენტის ფიზიკური შინაარსი მდგომარეობს შემდეგში: იგი რიცხობრივად უდრის იმ დროის შებრუნებულ სიდიდეს, რომლის დროსაც დენის ამპლიტუდა მცირდება ე-ჯერ. ეს დრო აღვნიშნოთ τ -თი. ამრიგად $\alpha = 1/\tau$. τ დროის განმავლობაში კონტურში შესრულდება N რხევა. აქედან გამომდინარე $N = \tau/T$. ამის გათვალისწინებით λ -თვის მივიღებთ: $\lambda = 1/N$, ე.ი. მიღევის ლოგარითმული დეკრემენტი რიცხობრივად უდრის იმ რხევათა რაოდენობის შებრუნებულ სიდიდეს, რომლის დროსაც დენის ამპლიტუდა მცირდება ე-ჯერ.



სურ. 77

2. იძულებითი ელექტრული რხევები. განვიხილოთ წრედი, რომელშიც მიმდევრობით არის ჩართული R ომური წინააღმდეგობა, L ინდუქციურობა, C ელექტროტევადობა და წრედი მოქმედი ემპ

$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$ (სურ.78). ცვლადი ემპ-ის გავლენით L ინდუქციურობაზე აღიძვრება თვითინდუქციის ემპ $-L(dI/dt)$. პოტენციალის ვარდნა R წინააღმდეგობაზე არის IR , ხოლო კონდესატორის შემონაფენებზე

$\varphi_1 - \varphi_2 = q/C$. კირხჰოფის მეორე წესის თანახმად,

$$\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} = IR + \frac{q}{C}$$

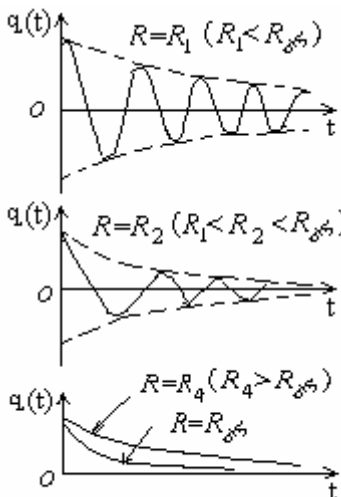
$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$

გავაწარმოთ ეს განტოლება დროით, მივიღებთ:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \mathcal{E}_0 \omega \sin \omega t \quad (5.38)$$

მივიღეთ იძულებითი რხევის დიფერენციალური განტოლება. დავუშვათ, რომ რხევა უკვე დამყარებულია, ე.ი. დენის ძალის ცვლილება წარმოებს გარეშე ემპ-ის სიხშირით. ამ შემთხვევაში (5.38) განტოლების ამოხსნას შემდეგი სახე ექნება:

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad (5.39)$$



სურ. 78

სადაც I_0 არის დენის ძალის ამპლიტუდა, φ კი – ფაზათა სხვაობა ემძ–სა და დენის ძალას შორის. განვიხილოთ, რა პირობებს უნდა აკმაყოფილებდნენ I_0 და φ , რომ (5.39) გამოსახულებამ დააკმაყოფილოს (5.38) განტოლება. (5.39) გავაწარმოთ ორჯერ

$$\frac{dI}{dt} = I_0 \omega \cos(\omega t - \varphi), \quad \frac{d^2 I}{dt^2} = -I_0 \omega^2 \sin(\omega t - \varphi)$$

I -ს და მისი წარმოებულების მნიშვნელობები შევიტანოთ (5.38) განტოლებაში და შემოვიღოთ აღნიშვნა $\omega t - \varphi = \psi$, ე.ი. $\omega t = \varphi + \psi$. მაშინ მივიღებთ:

$$-L\omega I_0 \sin \psi + R I_0 \cos \psi + \frac{1}{C\omega} I_0 \sin \psi = \mathcal{E}_0 \cos(\varphi + \psi)$$

$$\text{ანუ } R I_0 \cos \psi - (L\omega - \frac{1}{C\omega}) I_0 \sin \psi = \mathcal{E}_0 \cos \varphi \cos \psi - \mathcal{E}_0 \sin \varphi \sin \psi \quad (5.40)$$

იმისათვის, რომ ეს განტოლება დააკმაყოფილდეს ψ -ს ყოველი მნიშვნელობისათვის, ე.ი. დროის ნებისმიერი მომენტისათვის, მის ორივე მხარეს $\sin \psi$ -ისა და $\cos \psi$ -ის კოეფიციენტები ერთმანეთის ტოლი უნდა იყოს, ე.ი.

$$\left. \begin{aligned} R I_0 &= \mathcal{E}_0 \cos \varphi \\ \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) I_0 &= \mathcal{E}_0 \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5.41)$$

ამ ორი განტოლებიდან ვიპოვიტ ფაზათა სხვაობას (φ) და დენის ძალის ამპლიტუდას (I_0). ფაზათა სხვაობის განსაზღვრისათვის მეორე განტოლება გავყოთ პირველზე, მივიღებთ:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \quad (5.42)$$

დენის ძალის საპოვნელად (5.41) განტოლებები ავიყვანოთ კვადრატში და შევკრიბოთ

$$R^2 I_0^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2 I_0^2 = \mathcal{E}_0^2 \quad \text{საიდანაც } I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}} \quad (5.43)$$

ეს განტოლება გამოსახავს ომის კანონს ცვლადი დენის წრედისათვის, რომელშიც მიმდევრობით არის ჩართული ომური წინაღობა, ინდუქციურობა და ტევადობა. ამ განტოლებაში წინაღობის მაგივრობას ასრულებს სიდიდე

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \quad (5.44)$$

მას სრული წინაღობა ან **იმპედანსი** ეწოდება. სრული წინაღობა შედგება R ომური წინაღობისაგან, ინდუქციური წინაღობისაგან ($L\omega$) და ტევადური წინაღობისაგან ($1/C\omega$).

მაშასადამე, თუ წრედში მოქმედებს სინუსოიდური ემძ, მაშინ დენის ძალა აგრეთვე სინუსოიდურად შეიცვლება იმავე სიხშირით.

3. რეზონანსის მოვლენა. იძულებითი რხევებისათვის დამახასიათებელია რეზონანსის მოვლენა. ამ მოვლენას ადგილი აქვს მაშინ, როდესაც რხევის ამპლიტუდა იზრდება გარე პერიოდული ემძ–ის სიხშირის მიახლოებისას რეზონანსულ სიხშირესთან, რომელიც რხევითი კონტურის პარამეტრებზეა დამოკიდებული. ასეთი რხევების განხილვისას დავინახეთ, რომ თუ წყაროს ემძ პერიოდულად იცვლება, მაშინ დასაწყისში კონტურში გვექნება როგორც საკუთარი, ისე გარეშე ემძ–ით გამოწვეული რხევები, მაგრამ საკუთარი რხევები მიღევადია, ამიტომ გარკვეული დროის შემდეგ (რომელიც დამოკიდებულია მიღევის კოეფიციენტზე) საკუთარი რხევები მიიღევა და კონტურში დამყარდება იძულებითი რხევები, რომლებიც იწარმოებს წყაროს ემძ–ის სიხშირით. როგორც უკვე ვნახეთ დენის ძალის ამპლიტუდა (5.43) ფორმულით განისაზღვრება. ამ ფორმულიდან

ჩანს, რომ დენის ძალის ამპლიტუდა დამოკიდებულია კონტურის პარამეტრებზე (R, L, C), ემპ-ის ამპლიტუდაზე და მის სიხშირეზე (ω), ხოლო თუ კონტურის პარამეტრები და ემპ-ის ამპლიტუდა მუდმივია, I_0 მხოლოდ ω -ზე იქნება დამოკიდებული. სიხშირის შეცვლით ამპლიტუდა შეიცვლება და შეიძლება შევარჩიოთ სიხშირის ისეთი მნიშვნელობა, რომელსაც ამპლიტუდის მაქსიმუმი შეესაბამება ე.ი. ადგილი ექნება რეზონანსის მოვლენას.

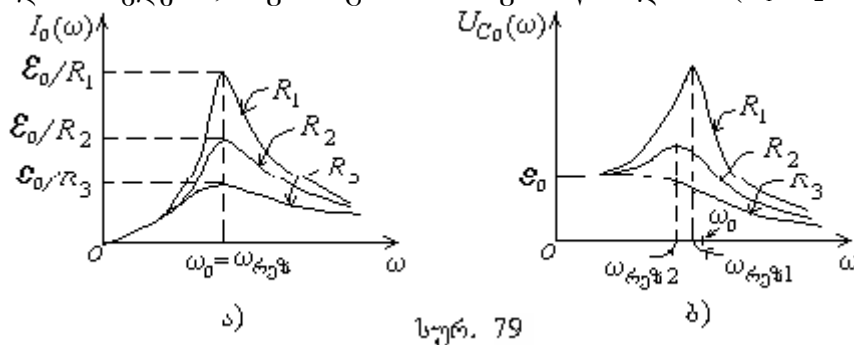
დენის ძალის ამპლიტუდა (5.43) ფორმულაში მაქსიმალური იქნება, თუ მისი მნიშვნელი, ანუ Z იმპედანსი გახდება მინიმალური. ამისათვის უნდა ვიპოვოთ ω -ს შესაბამისი მნიშვნელობა. ფესქვემა გამოსახულება გავაწარმოთ ω -თი და გავუტოლოთ ნულს. მივიღებთ, რომ

$$\omega_{რეზ} = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (5.45)$$

სიხშირის ამ მნიშვნელობას ეთანადება მინიმალური სრული წინაღობა და დენის ამპლიტუდის მაქსიმალური მნიშვნელობა

$$I_{0, მაქ} = \frac{\mathcal{E}}{R} \quad (5.46)$$

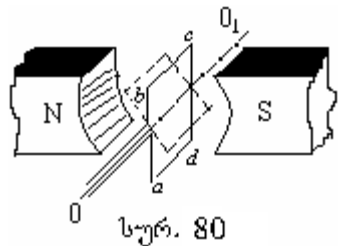
(5.43) ფუნქციის შესაბამისი სავარაუდო მრუდის (სურ. 79) ასაგებად საკმარისია დავეუშვათ, რომ როდესაც $\omega \rightarrow 0$ და $\omega \rightarrow \infty$, მაშინ $I_0(\omega) \rightarrow 0$. აქედან გამომდინარე ამ ორ ზღვრულ მნიშვნელობებს შორის უნდა არსებობდეს ω -ს ისეთი მნიშვნელობა როდესაც დენის ამპლიტუდა მიაღწევს მაქსიმალურ მნიშვნელობას. სიხშირის ეს მნიშვნელობა ზუსტად $\omega_{რეზ}$ -ის ტოლი აღმოჩნდება. როგორც სურათიდან ჩანს რეზონანსული მრუდები სხვადასხვაა იმისდა მიხედვით, თუ როგორია ომური წინაღობა ($R_1 < R_2 < R_3$).



სურ. 79

ამასთან მრუდის მაქსიმუმი მით უფრო მკვეთრია, რაც უფრო მცირეა ომური წინაღობა.

რეზონანსის მოვლენას ფართოდ იყენებენ და ითვალისწინებენ რადიოტექნიკაში, მაგალითად, რადიომიმღების მუშაობის პრინციპი რეზონანსის მოვლენაზეა დამყარებული - მიმღები კონტურის საკუთარი სიხშირე იცვლება იმ მომენტამდე, სანამ ის არ გაუტოლდება გადაცემი სადგურის სიხშირეს.



სურ. 80

4. ცვლადი დენის მიღება. ცვლადი დენის მისაღებად გამოყენებულია ელექტრომაგნიტური ინდუქციის მოვლენა. კონტურში მაგნიტური ნაკადის ცვლილებისას აღიძვრება ცვლადი ინდუქციური დენი. უწყვეტი ცვლადი დენის მისაღებად ყველაზე ხელსაყრელი აღმოჩნდა კონტურის ბრუნვა ერთგვაროვან მაგნიტურ ველში (სურ. 80). განვიხილოთ მართკუთხა $abcd$ ჩარჩო, რომელიც თანაბრად ბრუნავს მუდმივი მაგნიტის პოლუსებს

შორის 00_1 ღერძის გარშემო. კონტურით შემოსაზღვრული ფართობი აღვნიშნოთ S -ით. ვთქვათ, საწყის მომენტში კონტურის სიბრტყე ძალწირების მართობია ანუ მისი ნორმალური მაგნიტური ძალწირების პარალელურია. მაშინ, ჩარჩოს გამჭოლი მაგნიტური ინდუქციის ნაკადი იქნება $A_0 = BS$ თუ ჩარჩო ბრუნავს ω კუთხური სიჩქარით, მაშინ t

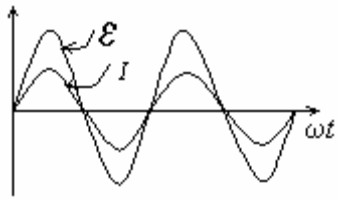
დროის განმავლობაში ის შემობრუნდება $\alpha = \omega t$ კუთხით და ინდუქციის ნაკადი გახდება $A = A_0 \cos \alpha = BS \cos \omega t$. მაშასადამე, კონტურის ბრუნვის დროს მისი გამჭოლი ნაკადი პერიოდულად იცვლება დროში. იგივე შედეგს მივიღებთ მაგნიტის (ან ელექტრომაგნიტის) ბრუნვით უძრავი ჩარჩოს შიგნით. ინდუქციის ნაკადის ცვლილება განაპირობებს კონტურში ინდუქციის ემპ-ის წარმოშობას. (5.23) ფორმულის თანახმად, კონტურში აღძრული ემპ:

$$\mathcal{E} = -\frac{dA}{dt} = BS\omega \sin \omega t$$

ემპ-ის ამპლიტუდა შდ აღვნიშნოთ \mathcal{E}_0 -ით, მაშინ მივიღებთ

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t \quad (5.47)$$

ამ ფორმულაში ω არის ემპ-ის ფაზა. ω -ს ეწოდება ცვლადი დენის წრიული სიხშირე. $\omega = 2\pi/T$, სადაც T არის პერიოდი. განათების ქსელში გამოყენებულია ცვლადი დენი, რომლის სიხშირე $\nu = 50$ კც, ხოლო პერიოდი $T = 0,02$ წმ. თუ კონტურს მიმდევრობით მივუერთებთ ომურ R წინაღობას, მასში გაივლის იმავე სიხშირის ცვლადი დენი:



სურ. 81

$$I = \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t, \quad \text{სადაც} \quad I_0 = \frac{BS\omega}{R} \quad (5.48)$$

81-ე სურათზე მოცემულია (5.47)-სა და (5.48)-ის დროზე დამოკიდებულებების გრაფიკები.

თავი VI

ელექტრომაგნიტური ველი

§13. მაქსველის თეორია

ახლა განვიხილოთ ველი, რომელიც მუხტთა სისტემის ნებისმიერი მოძრაობის დროს წარმოიქმნება. გამოვიკვლიოთ ამ ველის თვისებები და მათი შესაბამისი განტოლებები. ზოგად შემთხვევაში აღნიშნული ველის განტოლებები ბევრად უფრო რთულია და თავისი ფიზიკური შინაარსით ბევრად უფრო მდიდარია, ვიდრე მუდმივი ელექტრული და მაგნიტური ველების აღმწერი განტოლებებია. ეს განტოლებები დადგენილი იყო მაქსველის მიერ, რომელმაც განაზოგადა მუდმივი ელექტრული და მაგნიტური ველების განტოლებები. ეს განზოგადება ორ ფინდამენტურ ჰიპოთეზასთან არის დაკავშირებული.

1. მაქსველის პირველი დებულება. განვიხილოთ ცვლად მაგნიტურ ველში მოთავსებული კონტური. ფარადეის კანონის თანახმად (5.23) A არის L კონტურით შემოსაზღვრული S ზედაპირის გამჭოლი ნაკადი. მაგნიტური ინდუქციის ნაკადის განსაზღვრის გათვალისწინებით (5.23)-ის მარჯვენა მხარე გადავწეროთ შემდეგნაირად:

$$-\frac{dA}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\int B_n dS \right) = -\int \frac{dB_n}{dt} dS = -\int \frac{\partial B}{\partial t} dS$$

თუ გავიხსენებთ აგრეთვე ემპ-ის გამოსახულებას გარე ძალების დაძაბულობით (5.9), მაშინ ფარადეის კანონი ჩაიწერება ასე:

$$\oint \mathbf{E}^{\text{ვარ}} d\mathbf{l} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S} \quad (6.1)$$

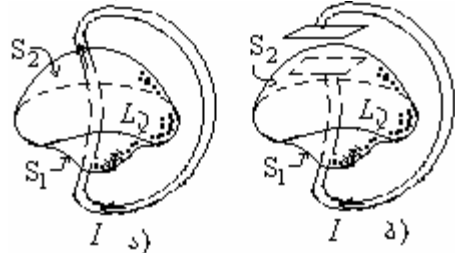
ფარადეის კანონი ნათლად გვიჩვენებს ინდუქციის ემპ-ის წარმოქმნის მიზეზს ანუ განსაზღვრავს მის სიდიდესა და მიმართულებას, მაგრამ არაფერს ამბობს იმ გარე ძალების ფიზიკურ ბუნებაზე, რომლებიც წარმოქმნიან ინდუქციის ემპ-ის.

მაქსველმა დაუშვა (პირველი ჰიპოთეზა), რომ მაგნიტური ველის ნებისმიერი ცვლილება დროში წარმოქმნის ელექტრულ ველს. დენის მატარებლებზე ამ ელექტრული ველის მხრიდან მოქმედი ძალები ის გარე ძალებია, რომლებიც აღძრავენ ინდუქციურ დენს. ამრიგად გარე ძალების დაძაბულობა ფარადეის კანონში (6.1) არის ველის დაძაბულობა $\mathbf{E}^{\text{არ}} = \mathbf{E}$ და კანონი შემდეგ სახეს მიიღებს:

$$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S} \quad (6.2)$$

ეს განტოლება გამოხატავს მაქსველის პირველ ჰიპოთეზას და არის **მაქსველის თეორიის პირველი ფუნდამენტური განტოლება** ინტეგრალური სახით. განტოლების მარცხენა ნაწილში დგას ელექტრული ველის დაძაბულობის ცირკულაცია კონტურზე. ასე რომ მაქსველის თეორიის პირველი განტოლება წარმოადგენს ელექტრული ველის დაძაბულობის ცირკულაციის შესახებ თეორემის განზოგადებას. ელექტროსტატიკურ ველში, რომელსაც ქმნიან უძრავი მუხტები, ასეთი ცირკულაცია ყოველთვის ნულის ტოლია (1.30), ეს კი ნიშნავს, რომ მუხტის გადატანისას შესრულებული მუშაობა არ არის დამოკიდებული გზის ფორმაზე და ამით შესაძლებელი ხდება შემოვიტანოთ ცნება პოტენციალის შესახებ. ახლა კი ვხედავთ, რომ საზოგადოდ, როდესაც სივრცეში აღძრულია ცვლადი მაგნიტური ველი ($\partial \mathbf{B} / \partial t \neq 0$), ელექტრული ველის დაძაბულობის ცირკულაცია განსხვავებულია ნულისაგან—ნებისმიერი ელექტრული ველი არაპოტენციურია ანუ მაგნიტური ველის მსგავსად გრიგალურია.

2. მაქსველის მეორე დებულება. მუდმივი მაგნიტური ველის განხილვისას დავადგინეთ ერთ-ერთი ძირითადი განტოლება, კერძოდ თეორემა დაძაბულობის ვექტორის ცირკულაციის შესახებ (4.9). აქვე აღვნიშნოთ, რომ ამ განტოლების მარჯვენა მხარეს მდგომი სიდიდე არის კონტურით შემოსაზღვრული ნებისმიერ შ ზედაპირზე გამავალი დენების ალგებრული ჯამი. მუდმივი დენის შემთხვევაში ამ დენის დამოუკიდებლობა ზედაპირის ფორმისაგან დენის წირების უწყვეტობითაა განპირობებული (სურ. 82, ა. ორ ნებისმიერ S_1 და S_2 ნებისმიერ ზედაპირს ერთი და იგივე ჯამური დენი განტოლავს). სხვაგვარად იქნება საქმე ცვლადი დენის შემთხვევაში, რომელსაც შეუძლია არსებობა გაწყვეტილ წრედშიც, კერძოდ წრედში, რომელშიც ჩართულია კონდენსატორი. რადგან დენის წირები წყვეტას განიციდან კონდენსატორის შემონაფენებზე (კონდენსატორში დენი არ გადის), ამიტომ რაღაც კონტურისათვის (სურ. 82, ბ)



სურ. 82

S_1 ზედაპირთან ერთად, რომელსაც განტოლავს დენი, არსებობს S_2 ზედაპირიც, რომელზეც დენი ნულის ტოლია. ამრიგად ცვლადი დენებისთვის და მათ მიერ წარმოქმნილ ცვლადი ველებისთვის თეორემა მაგნიტური ველის დაძაბულობის ცირკულაციის შესახებ (4.9) უკვე აღარ იქნება მართებული. აღნიშნული თეორემის შესანარჩუნებლად ცვლადი ველების ზოგადი შემთხვევებისთვის მაქსველმა დაუშვა, რომ განსახილველი ცვლადი დენის წრედი სივრცეში უნდა ქმნიდეს ისეთივე

მაგნიტურ ველს, როგორც უწყვეტი დენის შემთხვევაში, ანუ დენის წირები არ უნდა განიციდნენ წყვეტას კონდენსატორის შემონაფენებზე, არამედ უწყვეტად უნდა გადიოდნენ შემონაფენებს შორის სივრცეში (სურ. 83). სინამდვილეში კონდენსატორის შიგნით დენი არ არის, სამაგიეროდ იქ არსებობს ცვლადი ელექტრული ველი იმის გამო, რომ ცვლადი დენის შემთხვევაში მუხტის სიდიდე შემონაფენებზე იცვლება დროის მიხედვით. ამრიგად მაქსველის მიერ გამოთქმული მოსაზრება შეიძლება ჩამოყალიბდეს შემდეგნაირად: **ცვლადი ელექტრული ველი, გამტარებში გამავალი დენის ტოლფასად ქმნის მაგნიტურ ველს.** ასეთია მაქსველის მეორე დებულების თვისობრივი შინაარსი. მაქსველის მეორე დებულების მათემატიკურად გამოსახვისათვის, ფორმალურად ცვლად ელექტრულ ველს შევუსაბამოთ ისეთი დენი, რომელიც წარმოქმნის ისეთივე მაგნიტურ ველს, როგორსაც განხილული ცვლადი ელექტრული ველი ამ “დენს” წანაცვლების დენი ეწოდება იმ

დენისგან განსხვავებით, რომელიც არსებობს გამტარებში მუხტების მოძრაობით და რომელსაც შემდეგში ვუწოდებთ გამტარობის დენს. წანაცვლების დენის შემოდება მიზანშეწონილია იმ მხრივ, რომ მაგნიტური ველის ორი სხვადასხვა წყარო – გამტარობის დენი და ცვლადი ელექტრული დენი (მართალია ფორმალურად) ერთ წყაროზე დაიყვანება, კერძოდ სრულ დენზე. სრული დენის სიმკვრივე \mathbf{j} სივრცის თითოეულ წერტილში წარმოადგენს გამტარობის დენის სიმკვრივისა და წანაცვლების დენი სიმკვრივის ჯამს:

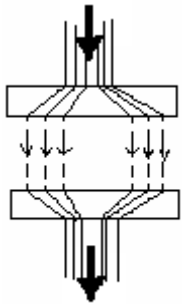
$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_{\text{გამ}} + \mathbf{j}_{\text{წან}} \quad (6.3)$$

(4.9) გამოსახულებაში გამტარობის დენის სიმკვრივის მაგივრად შევიტანოთ სრული დენის სიმკვრივე, ამით გავითვალისწინებთ იმ წვლილს მაგნიტურ ველში, რომელიც შეაქვს ცვლად ელექტრულ ველს:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int (\mathbf{j}_{\text{გამ}} + \mathbf{j}_{\text{წან}}) d\mathbf{S} \quad (6.4)$$

ახლა დავამყაროთ კავშირი წანაცვლების დენსა და შესაბამის ცვლად ელექტრულ ველს შორის. ეს კავშირი, რომელიც გამოძინარეობს მაქსველის დებულებიდან სრული დენის უწყვეტობის შესახებ, ადვილად დგინდება კონდენსატორიანი წრედის მაგალითზე. გამტარების შიგნით მხოლოდ გამტარობის დენია (წანაცვლების დენი შეიძლება

უგულებელვყოთ, გამტარების შიგნით ელექტრული ველის სისუსტის გამო), ხოლო



სურ. 83

შემონაფენებს შორის მხოლოდ წანაცვლების დენი. სრული დენის უწყვეტობის პირობის თანახმად კონდენსატორის ფირფიტების შიგნით გამტარობის დენი უწყვეტად გადადის წანაცვლების დენში (სურ. 83, სადაც უწყვეტი წირები აღნიშნავენ გამტარობის დენის წირებს, ხოლო წყვეტილი – წანაცვლების დენის წირებს): $\mathbf{j}_{\text{წან}} = \mathbf{j}_{\text{გამ}}$. გამტარობის დენის სიმკვრივე გამოვსახოთ კონდენსატორში ელექტრული ველის \mathbf{D} წანაცვლების ვექტორით. დაუშვათ, რომ S არის კონდენსატორის შემონაფენის ფართობი, მაშინ $\sigma = q/S$ იქნება მუხტის ზედაპირული სიმკვრივე. ამრიგად:

$$\mathbf{j}_{\text{გამ}} = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt}$$

თავის მხრივ $\sigma = D$. მართლაც, ერთგვაროვანი დიელექტრიკით შევსებული კონდენსატორის ელექტრული ველის დაძაბულობა $E = \sigma/\epsilon_0\epsilon$, ე.ი. (2.19)–ის თანახმად $D = \epsilon_0\epsilon E = \sigma$. ამრიგად $\mathbf{j}_{\text{წან}} = d\sigma/dt = dD/dt$. ადვილად ვრწმუნდებით, რომ მართებულია ვექტორული სახეც:

$$\mathbf{j}_{\text{წან}} = \frac{d\mathbf{D}}{dt} \quad (6.5)$$

ამრიგად ცვლადი ელექტრული ველი სივრცის მოცემულ წერტილში აღძრავს ისეთივე მაგნიტურ ველს, როგორსაც აღძრავდა დენი, რომლის სიმკვრივე ამ წერტილში უდრის წანაცვლების ვექტორის ცვლილების სისწრაფეს ამ წერტილში. (6.5)–ის ჩასმა (6.4)–ში მოგვცემს:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int \mathbf{j}_{\text{გამ}} d\mathbf{S} + \int \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S} \quad (6.6)$$

მივიღეთ განზოგადებული თეორემა მაგნიტური ველის დაძაბულობის ვექტორის ცირკულაციის შესახებ, რომელიც მართებულია დროში ცვლადი ნებისმიერი დენებისა და ველების ზოგად შემთხვევაში. იგი წარმოადგენს მაქსველის თეორიის მეორე ფუნდამენტურ განტოლებას ინტეგრალური სახით.

3. ელექტრომაგნიტური ველის განტოლებათა სისტემა (მაქსველის განტოლებები). ოთხი განტოლებისაგან შემდგარ სისტემას – (6.2) და (6.6) თეორემები ცირკულაციის შესახებ და ორი განტოლება (2.16) და (3.13) თეორემები ნაკადის შესახებ – მაქსველის განტოლებები ეწოდება. ამ განტოლებების შევსება (2.19) და (4.13) თანაფარდობებით და

(5.22) ომის კანონით მოგვცემს მაქსველის განტოლებათა სრულ სისტემას, რომელიც აღწერს კლასიკურ (არა კვანტურ) ელექტრომაგნიტურ მოვლენას:

$$\left. \begin{aligned} \oint \mathbf{E} d\mathbf{l} &= - \int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S}, & \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} &= \int \mathbf{j}_{\text{ext}} d\mathbf{S} + \int \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{S}, \\ \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} &= \int \rho dV, & \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} &= 0, \\ \mathbf{D} &= \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}, & \mathbf{B} &= \mu_0 \mu \mathbf{H}, & \mathbf{j} &= \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{E}^{\text{ext}}) \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

როგორც ყოველ ახალი თეორია, რომელიც განაზოგადებს ძველ თეორიას, მაქსველის თეორიაც უნდა აკმაყოფილებდეს შესაბამისობის პრინციპს, ე.ი. ძველი თეორია მასში უნდა შედიოდეს როგორც კერძო შემთხვევა. ადვილად ვრწმუნდებით, რომ სტატიკური ველებისთვის, როდესაც ამ ველების დამახასიათებელი სიდიდეები არ არიან დამოკიდებული დროზე, $\partial \mathbf{E} / \partial t = \partial \mathbf{D} / \partial t = \partial \mathbf{B} / \partial t = \partial \mathbf{H} / \partial t = 0$, მაქსველის განტოლებები გადადიან ჩვეულებრივ ელექტროსტატიკურ და მუდმივი მაგნიტური ველების განტოლებებში.

რადგან მაქსველის მიერ შესრულებული განზოგადებები ორ დებულებას ეყრდნობა, რომლებსაც ჰიპოტეზური ხასიათი აქვთ, ამიტომ წინასწარ არ იყო ცნობილი მათი მართებულება. ახალი თეორიის ჭეშმარიტება დამტკიცებული უნდა ყოფილიყო ცდისეული ფაქტებით. მაქსველმა აჩვენა, რომ მისი განტოლებების პირდაპირ შედეგს წარმოადგენს ტალღური განტოლება \mathbf{E} და \mathbf{H} ვექტორებისათვის, საიდანაც გამომდინარეობს ბუნებაში ელექტრომაგნიტური ტალღების გარდუვალი არსებობა. მართლაც სულ მალე ეს დასკვნა ბრწყინვალედ იქნა დამტკიცებული ექსპერიმენტულად ჰ. ჰერცის მიერ 1888 წელს, რომელმაც ლაბორატორიულ პირობებში განახორციელა ტალღების გამოსხივება და მიღება. დღემდე ყოველი ელექტრომაგნიტური მოვლენა არაწინააღმდეგობრივად აიწერება მაქსველის თეორიის ფარგლებში, გარდა ელექტრომაგნიტური მოვლენებისა მიკროსამყაროში.

დაბოლოს ხაზი უნდა გაესვას იმ გარემოებას, რომ მაქსველის განტოლებებმა გამოაშკარავეს უწყვეტი კავშირი ელექტრულ და მაგნიტურ ველებს შორის, რომლებიც ერთმანეთს წარმოქმნიან და ამ მხრივ არ არიან ერთმანეთისაგან დამოუკიდებელი. ამრიგად ბუნებაში არსებობს ერთიანი ელექტრომაგნიტური ველი. გარდა ამისა მაქსველის განტოლებები ინვარიანტული აღმოჩნდნენ ლორენცის გარდაქმნების მიმართ.

§ 14. ელექტრომაგნიტური ტალღები

ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა. განვიხილოთ ელექტრომაგნიტური ტალღის ერთ-ერთი კერძო შემთხვევა—ბრტყელი ელექტრომაგნიტური ტალღა.

ვაჩვენოთ, რომ ერთგვაროვან დიელექტრიკულ გარემოში ($\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$), მუხტებისა და დენების გარეშე ($\rho = 0$, $\mathbf{j} = 0$) მაქსველის განტოლებებიდან გამომდინარეობს ტალღური განტოლება \mathbf{E} და \mathbf{H} ვექტორებისათვის. ამ განტოლებების მისაღებად მაქსველის განტოლებები ჩაწერილი ინტეგრალური სახით (6.7) უნდა გადავწეროთ დიფერენციალური სახით. გამოვიყენოთ გაუს-ოსტროგრადსკისა და სტოქსის თეორემები: ნებისმიერი \mathbf{A} ვექტორისთვის

$$\oint \mathbf{A} d\mathbf{S} = \int \text{div} \mathbf{A} dV \quad (6.8)$$

$$\oint \mathbf{A} d\mathbf{l} = \int \text{rot} \mathbf{A} d\mathbf{S} \quad (6.9)$$

(6.8)—ს ფიზიკური შინაარსი მდგომარეობს შემდეგში: \mathbf{A} ვექტორის დივერგენცია რიცხობრივად უდრის \mathbf{A} ვექტორის ნაკადის ΔV მოცულობასთან შეფარდების ზღვარს, როდესაც $\Delta V \rightarrow 0$

$$\text{div} \mathbf{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{A} d\mathbf{S}}{\Delta V}$$

ხოლო (6.9)–ის ფიზიკური შინაარსი კი მდგომარეობს შემდეგში: **A** ვექტორის როტორი შეკრულ კონტურზე რიცხობრივად უდრის **A** ვექტორის ცირკულაციის ΔS ფართობთან შეფარდების ზღვარს, როდესაც $\Delta S \rightarrow 0$

$$\text{rot}\mathbf{A} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{A} d\mathbf{l}}{\Delta S}$$

A ვექტორის დივერგენცია და როტორი ჩავწეროთ ნაბლა (∇) ოპერატორის დახმარებით:

$$\text{div}\mathbf{A} = \nabla \mathbf{A} \quad (6.10)$$

$$\text{rot}\mathbf{A} = [\nabla \mathbf{A}] \quad (6.11)$$

(6.11) დეკარტეს კოორდინატებში გამოისახება ასე:

$$[\nabla \mathbf{A}] = \left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \mathbf{k}$$

(6.9)–ის დახმარებით (6.7) სისტემის პირველი ორი განტოლება მიიღებს ასეთ სახეს:

$$\int \text{rot}\mathbf{E} d\mathbf{S} = -\int \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} d\mathbf{S} \quad \int \text{rot}\mathbf{H} d\mathbf{S} = \int \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} d\mathbf{S}$$

აქედან (6.11)–ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad [\nabla \mathbf{E}] = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (6.12)$$

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad [\nabla \mathbf{H}] = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (6.13)$$

(6.8)–ის დახმარებით (6.7)–ის მესამე და მეოთხე განტოლებებისთვის მივიღებთ:

$$\text{div}\mathbf{D}=0, \quad \nabla \mathbf{D}=0 \quad (6.14)$$

$$\text{div}\mathbf{B}=0, \quad \nabla \mathbf{B}=0 \quad (6.15)$$

ამრიგად მივიღეთ მაქსველის განტოლებათა სისტემა დიფერენციალური სახით, წარმოდგენილი (6.12), (6.13), (6.14), (6.15) განტოლებებით და (6.7)–ის მეხუთე, მეექვსე და მეშვიდე კავშირებით. (6.12) განტოლების ორივე მხარე ვექტორულად გავამრავლოთ ∇ ნაბლა ოპერატორზე:

$$[\nabla[\nabla \mathbf{E}]] = -\left[\nabla \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right]$$

ორმაგი ვექტორული ნამრავლის წესის გათვალისწინებით და რომ ∇ ოპერატორის მდგენელები დროზე დამოუკიდებელი ცვლადებია, მივიღებთ:

$$\nabla(\nabla \mathbf{E}) - \mathbf{E}(\nabla \nabla) = -\frac{\partial}{\partial t} [\nabla \mathbf{B}]$$

ამ განტოლების მარცხნივ პირველი შესაკრები (6.14)–ის თანახმად ნულის ტოლია, ხოლო მეორე შესაკრებში $\nabla \cdot \nabla = \Delta$ წარმოადგენს ლაპლასის ოპერატორს

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

გარდა ამისა ბოლო განტოლებაში (6.7)–ის მეხუთე, მეექვსე და (6.13)–ის გათვალისწინება მოგვცემს:

$$-\Delta \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} [\nabla(\mu_0 \mu \mathbf{H})] = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \mathbf{H}] = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \mu \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}) \right\} = -\mu_0 \mu \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

ამრიგად:

$$\Delta \mathbf{E} - \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (6.16)$$

მივიღეთ ელექტრომაგნიტური ტალღის განტოლება ვაკუუმში **E** ვექტორისათვის. ანალოგიური განტოლებები შეგვიძლია მივიღოთ იმავე გამოსახულებებით **D**, **B** და **H**

ვექტორებისთვისაც. ტალღების გავრცელების განტოლებიდან ცნობილია, რომ რაიმე ფიზიკური სიდიდის დროით მეორე რიგის წარმოებულის წინ კოეფიციენტი წარმოადგენს ამ სიდიდის გავრცელების სიჩქარის კვადრატის შებრუნებულ სიდიდეს. აქედან გამომდინარე (6.16)–ში:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} \quad (6.17)$$

რაც წარმოადგენს ელექტრომაგნიტური ტალღის გავრცელების სიჩქარეს დიელექტრიკულ და მაგნიტურ გარემოში. ვაკუუმში $\epsilon=1$, $\mu=1$ და (6.17)–დან მივიღებთ ელექტრომაგნიტური ტალღის ანუ სინათლის გავრცელების სიჩქარეს

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (6.18)$$

(6.18)–ში ჩავსვათ ϵ_0 –სა და μ_0 –ს მნიშვნელობები $\epsilon_0=1/4\pi \cdot 9 \cdot 10^9$, $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$. მივიღებთ $c=3 \cdot 10^8$ მ/წმ. (6.17) და (6.18) ფორმულებიდან გამომდინარეობს, რომ ელექტრომაგნიტური ტალღის გავრცელების სიჩქარე ვაკუუმში c/v –ჯერ მეტია ვიდრე გარემოში:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon \mu} \quad (6.19)$$

ამ სიდიდეს ეწოდება გარემოს გარდატეხის აბსოლუტური მაჩვენებელი.

E და **H** ვექტორების პერპენდიკულარობა ტალღის გავრცელების მიმართულებასთან მიუთითებს ტალღის განივობაზე. ეს არის ელექტრომაგნიტური ტალღების ზოგადი თვისება. ველის დამოუკიდებლობა y და z კოორდინატებისაგან ნიშნავს იმას, რომ x ღერძის პერპენდიკულარულ ნებისმიერ სიბრტყეში ველი ერთნაირია მის ყოველ წერტილში, ე.ი. ეს სიბრტყეები ტალღურ ზედაპირებს წარმოადგენენ, ასე რომ განსახილველი ტალღა ბრტყელი ტალღაა.

მონოქრომატული ტალღის შემთხვევაში, როდესაც ტალღა x ღერძის გასწვრივ ვრცელდება (6.16) განტოლების ამონახსნს ორივე **E** და **H** ველებისთვის შემდეგი სახე აქვს

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\omega t - kx), \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \sin(\omega t - kx) \quad (6.20)$$

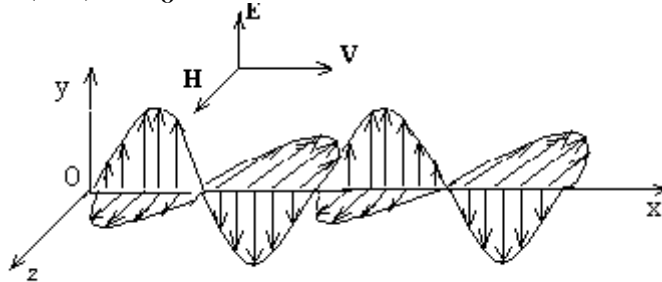
ამ ვექტორებს ერთი და იგივე სიხშირე, ტალღური რიცხვი და ფაზა აქვთ:

$$\omega = 2\pi/T, \quad vT = \lambda, \quad k = 2\pi/\lambda$$

E_0 და H_0 ამპლიტუდები ერთიმეორესთან შემდეგი თანაფარდობით არიან დაკავშირებული:

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E_0 = \sqrt{\mu_0 \mu} H_0 \quad (6.21)$$

ამ ტალღის მეყსეული “პროფილი”, ანუ **E** და **H** ვექტორების განაწილება x ღერძის გასწვრივ დროის მოცემულ მომენტში 84–ე სურათზეა გამოსახული. ველების y და z კოორდინატებისაგან დამოუკიდებლობის გამო ასეთივე სურათი გვექნება x ღერძის მიმართ პარალელური ნებისმიერი წრფის მიმართ. ტალღის ასეთი “პროფილი” ღერძის გასწვრივ ვრცელდება (6.17) სიჩქარით.



სურ. 84

განხილული ელექტრომაგნიტური ტალღა წარმოადგენს ელექტრომაგნიტური ტალღის კერძო შემთხვევას. ზოგადად ტალღის სახე უშუალოდ არის დამოკიდებული მუხტების მოძრაობის ხასიათზე გამომსხივებელ სისტემაში. შეიძლება დადგინდეს, რომ ელექტრომაგნიტური გამოსხივება სრულდება მხოლოდ აჩქარებულად მოძრავი მუხტების

მეშვეობით ან რაც იგივეა მხოლოდ ცვლადი დენებით. გამოსხივების ინტენსივობა დამოკიდებულია არა მარტო მუხტების აჩქარებაზე, არამედ სისტემის კონფიგურაციაზეც. ასე, მაგალითად ადრე განხილული ჩაკეტილი რხევითი კონტური ასხივებს ძალიან სუსტად, რადგან რხევითი პროცესის დროს ელექტრული და მაგნიტური ველები პრაქტიკულად კონდენსატორში და კოჭაშია თავმოყრილი. საგრძობლად კარგად ასხივებს “ღია” რხევითი კონტური, მაგალითად ჰერცის ვიბრატორის ან ელემენტარული დიპოლის მსგავსად.

მიუხედავად იმისა, რომ ტალღის სიგრძეთა სხვადასხვა დიაპაზონში გამოსხივება განსხვავდება მხოლოდ რაოდენობრივად (ტალღის სიგრძით), მისი ნივთიერებასთან ურთიერთქმედების ხასიათი არსებითად არის დამოკიდებული ტალღის სიგრძეზე. მაგალითად, სინათლის ტალღებისთვის გაუმჭვირვალე დიელექტრიკები “გამჭვირვალე” ხდება რადიოტალღებისათვის.

2. ელექტრომაგნიტური ტალღის ენერჯია. როგორც ცნობილია ელექტრომაგნიტურ ტალღას გააჩნია ენერჯია, რომლის სიმკვრივე (2.14) და (5.13) ფორმულებით განისაზღვრება. რადგან ელექტრომაგნიტურ ტალღაში ადგილი აქვს როგორც ელექტრულ ისე მაგნიტური ველების რხევებს, ამიტომ სივრცის ყოველ წერტილში, რომელსაც გაივლის ტალღა, ენერჯიის სიმკვრივე იქნება:

$$w = w_E + w_B = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}$$

მონოქრომატული ტალღისათვის \mathbf{E} და \mathbf{H} ვექტორები (6.14) ფორმულით არიან დაკავშირებული. მისი დახმარებით ენერჯიის სიმკვრივე შეიძლება ჩავწეროთ შემდეგნაირად:

$$w = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \epsilon_0 \epsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2 = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} EH \quad (6.22)$$

რადგან ტალღური პროცესის დროს სივრცეში ვრცელდება ცვლადი ელექტრული და მაგნიტური ველები, ამიტომ ადგილი აქვს ენერჯიის გადატანასაც. ენერჯიის გადატანის დასახასიათებლად შემოღებულია ენერჯიის ნაკადის სიმკვრივის ვექტორი ე.წ. პოინტინგის ვექტორი.

სივრცეში გამოვეთ ტალღის გაცრცელების მიმართულებისადმი მართობი dS ელემენტარული ფართობი. dt დროის განმავლობაში ამ ფართობს გაივლის ველი, რომელიც მოქცეულია $dV = v dS dt$ მოცულობის (სურ. 85) პარალელოპიპედში და გადააქვს $dW = w dV = w v dS dt$ ენერჯია. ამრიგად ერთეულოვან ფართობზე და დროის ერთეულში გადატანილი ენერჯიისათვის მივიღებთ:

$$S = \frac{dW}{dt dS} = w v$$

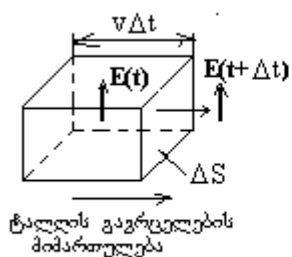
(6.10) და (6.22) ფორმულების გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{E} \mathbf{H}] \quad (6.23)$$

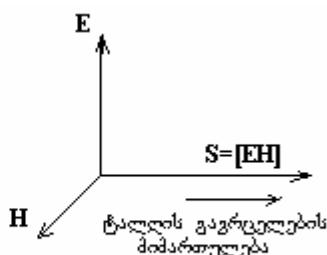
\mathbf{S} ვექტორს პოინტინგის ვექტორი ეწოდება. ადვილად შესამჩნევია, რომ \mathbf{E} და \mathbf{H} ვექტორების ურთიერთპერპენდიკულარობის გამო $\mathbf{S} = \mathbf{E} \mathbf{H}$, ხოლო მისი მიმართულება ემთხვევა ტალღის გავრცელების მიმართულებას (სურ. 86). ელექტრომაგნიტურ ტალღაში \mathbf{E} და \mathbf{H} ვექტორების დროში ცვლილების გამო იცვლება აგრეთვე ენერჯიის ნაკადის სიმკვრივეც. მონოქრომატული ტალღისათვის (6.13) და (6.23)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$S = EH = E_0 H_0 \sin^2(\omega t - kx)$$

მაღალი სიხშირის ტალღებისათვის, რომლებსაც რადიოფიზიკაში და ოპტიკაში განიხილავენ, პრაქტიკულად საინტერესოა ენერჯიის ნაკადის სიმკვრივის დროით გასაშუალებული მნიშვნელობა $I = \langle S \rangle$,



სურ. 85



სურ. 86

რომელსაც ინტენსივობა ეწოდება. სინუსის კვადრატის საშუალო 1/2-ის ტოლია. ამრიგად:

$$I = \langle S \rangle = E_0 H_0 = (1/2) \sqrt{\epsilon_0 \epsilon / \mu_0 \mu} E_0^2 = (1/2) \sqrt{\mu_0 \mu / \epsilon_0 \epsilon} H_0^2$$

მივიღეთ, რომ ინტენსივობა ამპლიტუდის კვადრატის პირდაპირპროპორციულია:

$$I \sim E_0^2 \sim H_0^2 \quad (6.24)$$

გამოყენებული ლიტერატურა:

1. გ. ვეფხვაძე, “ზოგადი ფიზიკის კურსი”, II ტ. (ელექტრობა და მაგნეტიზმი) თსუ, 1995 წ.
2. B\ D\Cfdtkmtd= “Rehc abpbrb” n\2= Vjcrdf= “Yferf”=1989 ა\
3. N\B\Nhjabvjdf= “Rehc abpbrb”= Vjcrdf= “Dscifz irjfk” 1985ა
4. L\ D\<tkjd= “Rhfnrbq rehc j,otq abpbrb”= x\ III (ýktrnhbxtcndj b vfuytnbpv)= bpl\ VUE= 1981 ა\