

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

**საბაკალავრო ნაშრომი**

**ჯინსის არამდგრადობა გარეშე გალაქტიკურ ჰალოს  
ასიმეტრიულ ველში**

სალომე მჭედლიძე

ზუსტ და საბუნებისმეტყველო მეცნიერებათა ფაკულტეტის ფიზიკის დეპარტამენტი,  
ასტროფიზიკის კათედრა

ხელმძღვანელი : ალექსანდრე თევზაძე, თსუ, ასოცირებული პროფესორი

თბილისი 2015წ.

## **ანოტაცია**

შესწავლილია გრავიტაციული ჯინსის არამდგრადობა გარეშე სფერულად სიმეტრიული და ასიმეტრიული გრავიტაციული ველის პირობებში. წრფივ შემფოთებათა ანალიზის გამოყენებით ნახვენებია, რომ გარეშე ველის შემთხვევაში ჯინსის არამდგრადობას უჩნდება პერიოდული ნაწილი და არამდგრადობა იძენს ტალღურ ხასიათს. აღმოჩნდა, რომ გარეშე გრავიტაციული პოტენციალი შეიძლება იყოს მიმოქცევითი დამრღვევი ხასიათის, რომელიც ხელს უშლის ჯინსის არამდგრადობის განვითარებას და კუმშვადი ხასიათის, რომელიც აჩქარებს გრავიტაციულ კოლაფსს. გამოყენებულია სპირალური გალაქტიკის სფერული პოტენციალის მოდელი და შესწავლილია ჯინსის არამდგრადობის განვითარების პირობა ცენტრიდან სხვადასხვა მანძილებზე. ასიმეტრიული გალაქტიკური ჰალო შესწავლილია ელიფსური, დერძულად სიმეტრიული პოტენციალის მიახლოებაში. ნახვენებია ასიმეტრიის ზეგავლენა ჯინსის რადიუსსა და მასაზე.

## **Anotation**

Jeans instability in the field of external galactic asymmetric halo

The Jeans instability has been studied in the spherically symmetric and asymmetric external gravitational field. Linear stability analysis has shown that external potential makes Jeans instability periodic, and instability is revealed as gravitational overstability. It seems that external tidal field can be disruptive, that disrupts Jeans instability, and compressive that promotes the instability. Jeans instability is studied at different distance from the galactic center using gravitational field model of a spiral galaxy. Asymmetric halo is analyzed in the axial symmetry using elliptic asymmetry model. The effect of asymmetry on the Jeans length and mass is analyzed.

## **სარჩევი**

<b>1 შესავალი</b>	<b>4</b>
<b>2 ჯინსის არამდგრადობა</b>	<b>6</b>
<b>3 გარეშე ველი</b>	<b>9</b>
<b>4 სფერული პოტენციალი</b>	<b>12</b>
<b>5 ტალღური არამდგრადობა</b>	<b>13</b>
<b>6 ასიმეტრიული პოტენციალი</b>	<b>15</b>
<b>7 დასკვნა</b>	<b>17</b>

# 1 შესავალი

ციური სხეულები წარმოიქმნება გრავიტაციული ფრაგმენტაციის შედეგად, როდესაც პირველადი აირის წნევა არ არის საკმარისი გრავიტაციული მიზიდულობის გასაწონასწორებლად და ხდება დაბალი სიმკვრივის აირის კოლაფსი. ამ პროცესის შედეგად სამყაროში წარმოიშვა ვარსკვლავები, გალაქტიკები და გალაქტიკების გროვები. თეორიული თვალსაზრისით პროცესს აღწერს ჯინსის არამდგრადობა, რომელიც დაფუძნებულია (შეისწავლის) თვითგრავიტაციის ძალების წრფივი მდგრადობის ანალიზზე. თუკი კმაყოფილდება ჯინსის არამდგრადობის პირობა, ჯინსის რადიუსის ობიექტი განიცდის საკუთარი სიმძიმის ქვეშ კოლაფსს და ყალიბდება ჯინსის მასის ტოლი მასის ობიექტი. ამ მხრივ, ჯინსის არამდგრადობის განვითარების პირობები გადამწყვეტია იმის დასადგენად დაიწყება თუ არა გრავიტაციული ფრაგმენტაცია და რა მასის ობიექტები ჩამოყალიბდება ამ პროცესის შედეგად.

ჯინსის არამდგრადობის კლასიკური თეორია (იხ. [1]) დაფუძნებულია სფერულად სიმეტრიული აირის ღრუბელის გრავიტაციული მდგრადობის შესწავლაზე. მეორე მხრივ, რეალური ობიექტები ხშირად იმყოფებიან გარეშე გრავიტაციულ ველში. მაგალითად, ვარსკვლავების ჩამოყალიბება გალაქტიკაში არსებულ მოლეკულურ ღრუბლებში მიმდინარეობს გალაქტიკური გრავიტაციული პოტენციალის ზემოქმედების ქვეშ, რომელიც შესადარია და ხშირად აღემატება თავად მოლეკულური ღრუბლის „თვითგრავიტაციის“ ძალებს. ამ შემთხვევაში ჯინსის რადიუსისა და მასის შესაფასებლად აუცილებელია გარეშე ველის ეფექტის განხილვა.

წარმოდგენილ საბაკალავრო ნაშრომში შესწავლილია გრავიტაციული არამდგრადობა გარეშე ველში. ნაშრომის პირველ ნაწილში გარეშე ველად აღებულია გალაქტიკის გრავიტაციული ველი, ცნობილი ემპირიული სფერული სიმეტრიის მოდელის ფარგლებში. ნაშრომის მეორე ნაწილში განხილულია ზოგადი შემთხვევა, როდესაც გარეშე გრავიტაციული ველი ასიმეტრიულია რადიალური და ვერტიკალური მიმართულებით. ასიმეტრიული გრავიტაციული პოტენციალი შეესაბამება შემთხვევას, როდესაც გრავიტაციული არამდგრადობა გალაქტიკაში მიმდინარეობს მჭიდრო გალაქტიკების ჯგუფში, რომელიც ქმნის გარეშე ველის მნიშვნელოვან ასიმეტრიას. მეორეს მხრივ, ცნობილია, რომ გალაქტიკის ფარული მასის ჰალოს შეიძლება ჰქონდეს გადაზნა სფერული სიმეტრიიდან. ამ შემთხვევაში თავად გალაქტიკაში ვარსკვლავების წარმოშობის პროცესი დამოკიდებული იქნება ფარული მასის ჰალოს ასიმეტრიის მახასიათებლებზე.

ნაშრომის მე-2 თავში მოცემულია კლასიკური ჯინსის არამდგრადობის წრფივი ანალიზი. გამოყვანილია ჯინსის რადიუსი და მასა.

მე-3 თავში განხილულია გარეშე სფერულად სიმეტრიული ველის ზეგავლენა. ნახვენებია რა შემთხვევაში ხდება არამდგრადობის სტაბილიზაცია, ხოლო რა შემთხვევაში შეუძლია გარეშე ველს ხელი შეუწყოს გრავიტაციულ კოლაფსს.

მე-4 თავში გამოყენებულია სფერულად სიმეტრიული გარეშე ველის გალაქტიკური ემპირიული მოდელი. ნახვენებია ჯინსის რადიუსის მოდიფიკაცია გალაქტიკურ პოტენციალში.

მე-5 თავში შესწავლილია გალაქტიკური ველის პოტენციალის პირველი წარმოებულის ზეგავლენა, რომლის უგულვებელყოფაც ხდება სტანდარტული ანალიზისას. ნახვენებია, რომ ეს მცირე შემფოთება იწვევს სიხშირის რეალური ნაწილის გაჩენას, რაც ნიშნავს, რომ აღნიშნულ შემთხვევაში ჯინსის არამდგრადობა ტალღური ხასიათისაა.

მე-6 თავში განხილულია ასიმეტრიული გრავიტაციული პოტენციალი - სფერული სიმეტრიის დარღვევა. ამ შემთხვევაში განხილულია ელიფსური, ღერძულად სიმეტრიული ჰალო. შესწავლილია

ასიმეტრიის ზეგავლენა ჯინსის რადიუსზე.  
საბაკალავრო ნაშრომი შეჯამებულია მე-7 თავში.

## 2 ჯინსის არამდგრადობა

ვინილაგთ სივრცეში განაწილებულ უძრავ, ერთგვაროვანი სიმკვრივისა და ტემპერატურის მქონე აირს, რომლისთვისაც შეგვიძლია ვისარგებლოთ ჰიდროდინამიკის განტოლებებით:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \phi \quad (2)$$

და პუასონის განტოლებით:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \quad (3)$$

ერთგვაროვან წონასწორულ მდგომარეობაში შემოვიტანოთ წრფივი შეშფოთებები:

$$p = p_0 + p'$$

$$\rho = \rho_0 + \rho'$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}'$$

$$\phi = \phi_0 + \phi'$$

სადაც წონასწორული მდგომარეობისათვის სამართლიანია:

$$\mathbf{V}_0 = 0$$

$$\rho_0 = \text{const}$$

$$P_0 = \text{const}$$

$$\phi_0 = \text{const}$$

და

$$\frac{\phi'}{\phi_0} \sim \frac{\rho'}{\rho_0} \sim \frac{p'}{p_0} = \varepsilon \ll 1$$

შეშფოთების გათვალისწინებით (1) განტოლებისათვის ვწერთ:

$$\frac{\partial (\rho_0 + \rho')}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho_0 + \rho') (\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}')) = 0$$

საიდანაც წრფივი შეშფოთებებისათვის ვღებულობთ:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 (\nabla \cdot \mathbf{V}') = 0, \quad (4)$$

ასევე (2) განტოლებისათვის:

$$\left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}') \cdot \nabla \right) (\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}') \right] = -\frac{1}{\rho_0 + \rho'} \nabla (p_0 + p') - \nabla (\phi_0 + \phi')$$

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}' \cdot \nabla) \right] \mathbf{V}' = -\frac{1}{\rho_0 + \rho'} \nabla p' - \nabla \phi'$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t} + (\mathbf{V}' \cdot \nabla) \mathbf{V}' = -\frac{\rho_0 - \rho'}{\rho_0^2 - \rho'^2} \nabla p' - \nabla \phi'$$

შევიწინაროთ მხოლოდ პირველის რიგის წევრები სიმცირის მიხედვით:

$$\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p' - \nabla \phi',$$

როგორც ვიცით, ადიაბატური პროცესისთვის გვაქვს:

$$\nabla p' = c_s^2 \nabla \rho'$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$\frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} c_s^2 \nabla \rho' - \nabla \phi' \quad (5)$$

(3) განტოლებიდან

$$\nabla^2 (\phi_0 + \phi') = 4\pi G (\rho_0 + \rho')$$

$$\nabla^2 \phi' = 4\pi G \rho' \quad (6)$$

(4), (5) და (6) შეგვიძლია დავიყვანოთ ერთ განტოლებაზე თუ (5) განტოლებიდან ავიღებთ დივერგენციას და დროით გავაწარმოებთ (4)-ს.

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho' = 0 \quad (7)$$

ეს არის ტალღის განტოლება. ამიტომ  $\rho'$ , შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$\rho' = C \int \int_{-\infty}^{+\infty} \rho'(\omega, \vec{k}) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} d\omega d\mathbf{k}$$

სადაც  $C$  მუდმივაა.

მე-(7)-დან მივიღებთ:

$$C \int \int_{-\infty}^{+\infty} (-\omega^2 \rho' + k^2 c_s^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho') e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} d\omega d\mathbf{k} = 0$$

$$-\omega^2 \rho' + k^2 c_s^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho' = 0$$

მივიღებთ დისპერსიულ თანაფარდობას (ასევე იხილეთ [1]):

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0 \quad (8)$$

სისტემა არამდგრადია როცა  $\omega^2 < 0$ , ანუ როცა  $k^2 c_s^2 > 4\pi G \rho_0$ . შეშფოთების მაქსიმალური ტალღის სიგრძე, რომლის დროსაც სისტემა ჯერ კიდევ მდგრადია ( $\omega = 0$ ), არის:

$$\lambda_J = \frac{2\pi}{k} = \left( \frac{\pi c_s^2}{G \rho_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

შესაბამისი მასა სფეროსი, რომლის რადიუსი ჯინსის სიგრძის ნახევრის ტოლია, განისაზღვრება როგორც ჯინსის მასა:

$$M_{\text{Jeans}} = \left( \frac{4\pi}{3} \right) \rho_0 \left( \frac{\lambda_J}{2} \right)^3 = \left( \frac{\pi \rho_0}{6} \right) \left( \frac{\pi c_s^2}{G \rho_0} \right)^{3/2}$$

კრიტიკულ ჯინსის მასას თუ გამოვთვლით რომელიმე კონკრეტული მოლეკულური ღრუბლისათვის (იხ. [4]), მივიღებთ ძალიან დიდ მასას ( $M_J \approx 3000 M_{\text{sun}}$  და რაც გაცილებით მეტია მოლეკულური ღრუბლის ზომაზე). ეს კი მიუთითებს იმაზე, რომ მოლეკულურ ღრუბლებში ლოკალურ არეებში იქნება შესაძლებელი კოლაფსი.



### 3 გარეშე ველი

გუშვებთ, რომ სისტემა გარეშე ველის ზემოქმედების ქვეშაა, რომლის პოტენციალია  $\phi_{\text{ext}}(\vec{r})$ . გარეშე ველის შემოტანა შესაბამისად უნდა გავითვალისწინოთ ეილერის განტოლებაში; პოტენციალი შედგება სამი კომპონენტისაგან:

$$\phi = \phi_0 + \phi' + \phi_{\text{ext}},$$

სადაც  $\phi_0$  წონასწორული გრავიტაციული პოტენციალია,  $\phi'$  - შემფოთება, ხოლო  $\phi_{\text{ext}}$  გარეშე პოტენციალი. ამ განხილვაში თვითგრავიტაციის პროცესებით გამოწვეული გარეშე პოტენციალის შემფოთება უგულებელყოფილია -  $\phi'_{\text{ext}} = 0$

დავწეროთ (2)-სთვის:

$$(\rho_0 + \rho') \left( \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t} + (\mathbf{V}' \cdot \nabla) \mathbf{V}' \right) = -\nabla p' - (\rho_0 + \rho') \nabla (\phi_0 + \phi' + \phi_{\text{ext}})$$

აქ  $(\mathbf{V}' \cdot \nabla) \mathbf{V}'$  და  $\rho'(\partial \mathbf{V}' / \partial t)$  მცირე სიდიდის მქონე წევრებია

$$(\rho_0 + \rho') \nabla (\phi_0 + \phi' + \phi_{\text{ext}}) = \rho_0 \nabla \phi' + \rho' \nabla \phi_{\text{ext}}$$

ამიტომ გვექნება:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \phi' - \nabla (c_s^2 \rho') - \rho' \nabla \phi_{\text{ext}}$$

საბოლოოდ გვექნება:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 (\nabla \cdot \mathbf{V}') = 0 \quad (9)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{V}'}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \phi' - \nabla (c_s^2 \rho') - \rho' \nabla \phi_{\text{ext}} \quad (10)$$

$$\nabla^2 \phi' = 4\pi G \rho' \quad (11)$$

აქაც კვლავ თუ მოვდებთ  $\partial / \partial t$  ოპერაციას (11) განტოლებას, (12)-დან კი ავიღებთ დივერგენციას და გამოვიყენებთ (13) ფორმულას, გვექნება:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = 4\pi G \rho_0 \rho' + \nabla^2 (c_s^2 \rho') + \rho' \nabla^2 \phi_{\text{ext}} + \nabla \phi_{\text{ext}} \nabla \rho'$$

თავდაპირველად ჩვენ ვთვლით, რომ  $\nabla \phi_{\text{ext}} \nabla \rho'$  მცირე სიდიდის მქონე წევრია (იხ.[2]) და შეგვიძლია გადავაგდოთ. ასევე ვიყენებთ მიახლოებას  $\Delta$ -ს ცილინდრულ კოორდინატებში ჩაწერისას:  $\partial^2 \phi_{\text{ext}} / \partial r^2 \gg \frac{1}{r} \partial \phi_{\text{ext}} / \partial r$ . ხოლო თუ ჩავატარებთ კვლავ ფურიე გაშლას  $\rho'$ -სთვის, მივიღებთ

$$C \int \int_{-\infty}^{+\infty} \left( -\omega^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho' + k^2 c_s^2 \rho' - \frac{\partial^2 \phi_{\text{ext}}}{\partial r^2} \rho' \right) e^{i(\omega t - \mathbf{kr})} d\omega d\mathbf{k} = 0 \quad (12)$$

$$-\omega^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho' + k^2 c_s^2 \rho' - \frac{\partial^2 \phi_{\text{ext}}}{\partial r^2} \rho' = 0$$

საიდანაც მივიღებთ დისპერსიის განტოლებას:

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0 + D_0 \quad (13)$$

სადაც:

$$D_0 = -\frac{\partial^2 \phi_{\text{ext}}}{\partial r^2} \quad (14)$$

როცა  $D \rightarrow 0$ , (13)-დან ვღებულობთ (10)-ს. ამ მიახლოებაში გარეშე ველის ზემოქმედება დაიკვანება მისი პოტენციალის მეორე წარმოებულის წვლილზე დისპერსიულ განტოლებაში:  $D_0$ . შესაბამისად შეიძლება ამ ზემოქმედების ტიპების განხილვა  $D_0$ -ის ნიშნის მიხედვით.

როცა  $D_0 > 0$  გარეშე ველის მოქმედება ეწინააღმდეგება გრავიტაციულ კოლაფსს და ამბობენ, რომ გარეშე მიმოქცევითი ველი დამრღვევი ხასიათისაა (The tidal field is disruptive). (13)-დან ჩანს, რომ გარეშე ველი ხელს უწყობს სისტემის მდგრადობას. ამ შემთხვევაში:

$$k^2 c_s^2 = 4\pi G \rho_0 - D_0$$

$$k = \frac{(4\pi G \rho_0 - D_0)^{1/2}}{c_s}$$

$$\lambda'_j = \lambda_j \frac{1}{\left(1 - \frac{D_0}{4\pi G \rho_0}\right)^{1/2}} \quad (15)$$

მოდულიცირებული ჯინსის ტალღის სიგრძე  $\lambda'_j > \lambda_j$ , რაც ნიშნავს, რომ სისტემის მდგრადობიდან გამოსავანად შეშფოთების ტალღის სიგრძე მეტი უნდა იყოს ჯინსის ტალღის სიგრძეზე. ჯინსის მასისთვის კი მივიღებთ:

$$(M_j)_{\text{super}} = \frac{M_j}{\left(1 - \frac{D_0}{4\pi G \rho_0}\right)^{3/2}} \quad (16)$$

შესაბამისად, მიმოქცევის დამრღვევი ველის არსებობის პირობებში, მინიმალური მასა, რომელიც აუცილებელია არამდგრადობების დასაწყებად, მეტი უნდა იყოს ჯინსის მასაზე.

როცა  $D_0 < 0$  ველი პირიქით ხელშემწყობია კოლაფსისა (The tidal field is compressive - გარეშე მიმოქცევითი ველი შემკუმშველი ხასიათისაა) მაშინაც კი როდესაც სისტემა თავის მხრივ მდგრადია. ეფექტური სიმკვირვე:

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{|D_0|}{4\pi G}$$

ეს არის ის სიმკვრივე, რომელიც ემატება (13) გამოსახულებაში  $\rho_0$ -ს. ჯინსის მასა:

$$(M_j)_{\text{sub}} = \frac{M_j}{\left(1 + \frac{|D_0|}{4\pi G \rho_0}\right)^{3/2}}$$

$$(M_j)_{\text{sub}} < (M_j) .$$

## 4 სფერული პოტენციალი

მასის განაწილება ელიფსურ ან ადრეული ტიპის სპირალური გალაქტიკების ცენტრში აღიწერება სფერული პოტენციალით (ე.წ. ერთპარამეტრიანი  $\eta$  მოდელი (Tremaine et al. 1994)):

$$\phi_{ext} = \phi(r') = \frac{GM_g}{R_0} \frac{1}{\eta - 1} \left[ \frac{r'^{(\eta-1)}}{(1+r')^{\eta-1}} - 1 \right] \quad (17)$$

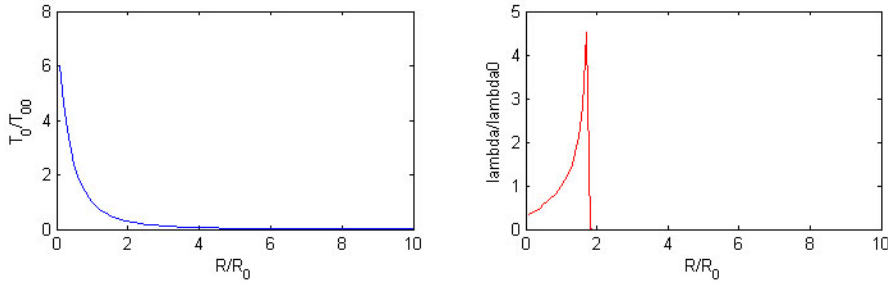
სადაც  $r' = R/R_0$ ,  $0 < \eta \leq 3$ ,  $M_g$  გალაქტიკის მასაა, ხოლო  $R_0$  გალაქტიკის ბირთვის რადიუსი. ვიპოვოთ შესაბამისი გარეშე ველი  $-T_0$ , რომელიც მოიცემა (16) ფორმულით(იხ.[2]).

$$\frac{\partial \phi_{ext}}{\partial r} = \frac{GM_g}{R_0^2} \left[ r'^{(\eta-2)} (1+r')^{(1-\eta)} - r'^{(\eta-1)} (1+r')^{(-\eta)} \right] \quad (18)$$

და

$$D_0 = -\frac{\partial^2 \phi_{ext}}{\partial r^2} = -\frac{GM_g}{R_0^3} \frac{r'^{(\eta-3)}}{(1+r')^{(\eta+1)}} (\eta - 2 - 2r') \quad (19)$$

როცა  $0 < \eta \leq 2$ , მასის განაწილებას პიკი აქვს ცენტრში და გარეშე მიმოქცევითი ველი დამრღვევი ხასიათისაა (tidal field is disruptive)ნებისმიერი  $R$ -სთვის. როცა  $2 < \eta \leq 3$ , მასის განაწილებისთვის ვიღებთ ცენტრალურ ბრტყელი ბირთვის განაწილებას და გარეშე მიმოქცევითი ველი შემკუმშველი ხასიათისაა რადიუსისთვის:  $R < R_0/2$  ( $\eta = 3$ ).

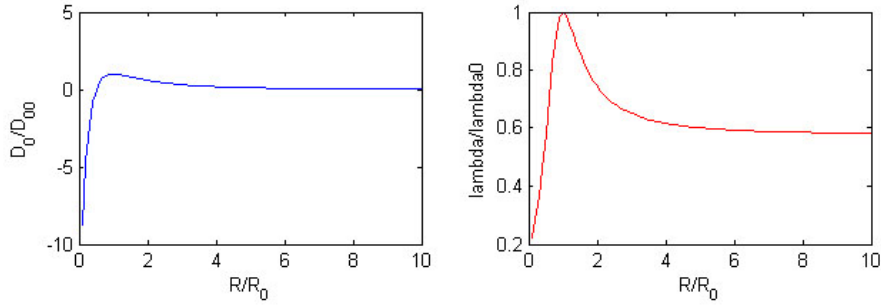


სურ 1: მიმოქცევითი გარეშე ველი დამრღვევი ხასიათისაა

ავიღოთ გარეშე ველი  $D_0 < 0$ , რასაც შეესაბამება  $2 < \eta \leq 3$ ; მაშინ (16) ფორმულიდან ჯინსის ტალღის სიგრძისათვის გვექნება:

$$\lambda'_J = \lambda_J \left( 1 + \frac{1}{4\pi G \rho_0} \frac{GM_g}{R_0^3} \frac{r'^{(\eta-3)}}{(1+r')^{(\eta+1)}} (\eta - 2 - 2r') \right)^{-1} \quad (20)$$

$\lambda'_J(r')$  დამოკიდებულება გამოსახულია სურ.1-ზე და სურ.2-ზე:



სურ 2: მიმოქცევითი გარეშე ველი შემკუმშველი ხასიათისაა

## 5 ტალღური არამდგრადობა

განვიხილოთ შემთხვევა, როცა  $\nabla\phi_{\text{ext}}\nabla\rho'$  არ არის მცირე სიდიდის მქონე წევრი. მაშინ  $\rho'$ -სთვის ფურიე გაშლის ჩატარებისას მივიღებთ:

$$C \int \int_{-\infty}^{+\infty} \left( -\omega^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho' + k^2 c_s^2 \rho' - \frac{\partial^2 \phi_{\text{ext}}}{\partial r^2} \rho' + i\vec{k} \frac{\partial \phi_{\text{ext}}}{\partial \vec{r}} \rho' \right) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} d\omega d\mathbf{k} = 0$$

შემოვიტანოთ აღნიშვნა:  $\mathbf{D}_1 = \partial\phi_{\text{ext}}/\partial\mathbf{r}$ ; გვექნება:

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0 + D_0 + i\mathbf{k}\mathbf{D}_1 \quad (21)$$

რადგან  $\omega^2$  კომპლექსურია, ამიტომ შეგვიძლია წარმოვადგინოთ შემდეგნაირად:

$$\omega = \Omega + i\sigma$$

$$\omega^2 = \Omega^2 - \sigma^2 + 2i\sigma\Omega$$

შევიტანოთ ეს მნიშვნელობა (22)-ში:

$$\Omega^2 - \sigma^2 + 2i\sigma\Omega = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0 + D_0 + i\mathbf{k}\mathbf{D}_1$$

აქედან:

$$\begin{cases} \Omega^2 - \sigma^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0 + D_0 \\ 2i\sigma\Omega = i\mathbf{k}\mathbf{D}_1 \end{cases}$$

სისტემის უკანასკნელი განტოლებიდან გამომდინარეობს, რომ თუ  $D_1 \neq 0$ , მაშინ  $\Omega \neq 0$ . შემოვიტანოთ აღნიშვნა:  $\omega_0^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0$ , მივიღებთ:

$$\begin{cases} \sigma^4 + \omega_0^2 \sigma^2 - \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)^2}{4} = 0 \\ \Omega = \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)}{2\sigma} \end{cases}$$

საიდანაც:

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left( -\omega_0^2 \pm \sqrt{\omega_0^4 + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)^2} \right). \quad (22)$$

განვიხილოთ შემთხვევები:

**1** . როცა  $\omega_0(k_0) = 0$ , მაშინ  $\sigma(k_0) = \frac{1}{2} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)$

**2** . როცა  $\omega_0^2 > 0$  და  $\omega_0^2 < 0$ , მაშინ  $\sigma_{max}^2 = \frac{1}{2} \left( -\omega_0^2 + \sqrt{\omega_0^4 + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)^2} \right)$ .

დავუშვათ რომ  $\delta = \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)^2}{\omega_0^4} \ll 1$ , მაშინ:

•  $\omega_0 = 0$ -სთვის გვაქვს:  $\sigma = \frac{1}{2} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)$

•  $\omega_0^2 > 0$ -სთვის:  $\sigma^2 \approx \frac{1}{4} \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)^2}{\omega_0^4}$

•  $\omega_0^2 < 0$ -სთვის:  $\sigma^2 \approx \omega_0^2 + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{D}_1)^2}{\omega_0^4}$  და გვაქვს მაქსიმალური არამდგრადობა.

## 6 ასიმეტრიული პოტენციალი

წინა შემთხვევაში ჩვენ ვიხილავდით, რომ გარეშე ველი მხოლოდ რადიალური კოორდინატის ფუნქციაა. ახლა ვთქვათ, რომ მას გააჩნია ვერტიკალური კომპონენტიც  $\phi_{ext}(r, z)$ . ამის გათვალისწინებით (12) გადაიწერება ასე:

$$C \int \int_{-\infty}^{+\infty} \left( -\omega^2 \rho' - 4\pi G \rho_0 \rho' + k_r^2 c_s^2 \rho' + k_z^2 c_s^2 \rho' - \frac{\partial^2 \phi_{ext}}{\partial r^2} \rho' - \frac{\partial^2 \phi_{ext}}{\partial z^2} \rho' \right) e^{i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})} d\omega d\mathbf{k} = 0 \quad (23)$$

მივიღებთ დისპერსიულ თანაფარდობას:

$$\omega^2 = k_r^2 c_s^2 + k_z^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0 + D_{0r} + D_{0z} \quad (24)$$

სადაც  $D_{0r} = \partial^2 \phi_{ext} / \partial r^2$  და  $D_{0z} = \partial^2 \phi_{ext} / \partial z^2$ .

(25)-დან:

$$k_r(k_z) = \sqrt{\frac{4\pi G \rho_0 - D_{0r} - D_{0z}}{c_s^2} - k_z^2} \quad (25)$$

ჯინსის ტალღის სიგრძისთვის კი გვექნება:

$$\lambda_J'' = \lambda_J \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(D_{0r} + D_{0z}) + k_z^2 c_s^2}{4\pi G \rho_0}}} \quad (26)$$

შესაბამისად ჯინსის მასა:

$$M_J'' = \frac{M_J}{\left(1 - \frac{(D_{0r} + D_{0z}) + k_z^2 c_s^2}{4\pi G \rho_0}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (27)$$

ჩავთვალოთ, რომ ასიმეტრია ელიფსური ხასიათისაა და მისი აღწერა შეიძლება ერთი პარამეტრით - ექსცენტრისიტეტით:

$$\epsilon^2 = 1 - \frac{z^2}{R^2},$$

და თუ დავუშვებთ, რომ  $D_{0r} \sim \phi / R^2$  ხოლო  $D_{0z} \sim \phi / z^2$ , მაშინ:

$$D_{0z} = \frac{1}{(1 - \epsilon^2)} D_{0r} \quad (28)$$

$$k_r(k_z) = \sqrt{\frac{4\pi G \rho_0 - \frac{2 - \epsilon^2}{1 - \epsilon^2} D_{0r}}{c_s^2} - k_z^2} \quad (29)$$

ზემოთ თქმულის გათვალისწინებით ((28)-ის თანახმად), გვექნება:

$$\lambda_J'' = \lambda_J \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\frac{2 - \epsilon^2}{1 - \epsilon^2} D_{0r} + k_z^2 c_s^2}{4\pi G \rho_0}}} \quad (30)$$

ଘଟ

$$M_J'' = \frac{M_J}{\left(1 - \frac{\frac{2-\epsilon^2}{1-\epsilon^2} D_{0r} + k_z^2 c_s^2}{4\pi G \rho_0}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (31)$$



## 7 დასკვნა

საბაკალავრო ნაშრომში განხილულია ჯინსის არამდგრადობა. ციტირებულია წრფივ შემფოთებათა ანალიზი და ნაჩვენებია ჯინსის არამდგრადობის განვითარების პირობები: ჯინსის რადიუსი და ჯინსის მასა.

გარეშე გრავიტაციული პოტენციალის ზეგავლენა ჯინსის არამდგრადობაზე განხილულია სფერული სიმეტრიის პირობებში. ნაჩვენებია, რომ გარეშე მიმოქცევითი ველი შეიძლება იყოს დარმლვევი, რაც ხელს უშლის ჯინსის არამდგრადობის განვითარებას, და კუმშვადი, რომელიც ხელს უწყობს მას. დამრლვევი ველის პირობებში გრავიტაციული კოლაფსისათვის საჭიროა სუპერ ჯინსის მასა, ხოლო კუმშვადი ველისათვის კოლაფსი მიმდინარეობს ჯინსის მასაზე ნაკლები მასის პირობებშიც. ნაჩვენებია, რომ გარეშე ველის ლოკალური ზემოქმედება დამოკიდებულია გარეშე პოტენციალის ფორმაზე: ველი დამრლვევია, თუკი პოტენციალი ჩაზნეჟილია, და კუმშვადია, თუკი ამოზნეჟილია.

განხილულია ჯინსის არამდგრადობის განვითარების პირობები გალაქტიკაში, სადაც გარეშე გრავიტაციული ველის პოტენციალად აღებულია სპირალური გალაქტიკის ველის ემპირიული მოდელი. ნაჩვენებია, რომ გარეშე ველი იწვევს ჯინსის არამდგრადობის ტალღური ხასიათის გაჩენას: არამდგრადობას უჩნდება სიხშირის რეალური ნაწილი. ნაპოვნია ამ პირობებში მაქსიმალურად მზარდი მოდა.

გარეშე ასიმეტრიული ველის პოტენციალი მოდელირებულია ღერძული სიმეტრიის პირობებში რადიალური და ვერტიკალური მიმართულებების პარაბოლური ასიმეტრიის მოდელში მუდმივი ექსცენტრისიტეტის გამოყენებით. ნაჩვენებია ასიმეტრიის ზეგავლენა ჯინსის რადიუსზე.

გალაქტიკის ველში ჯინსის არამდგრადობა აღწერს ვარსკვლავების ჩამოყალიბების პროცესს. ამ მხრივ, გალაქტიკის ცენტრალურ უბნებში, სადაც გრავიტაციული პოტენციალი ამოზნეჟილია, ვარსკვლავების მასა უნდა აღემატებოდეს სტანდარტული ჯინსის მასას, ხოლო გალაქტიკის პერიფერიაში სადაც პოტენციალი ჩაზნეჟილია, შესაძლებელი უნდა იყოს ჯინსის მასაზე ნაკლებად მასიური ვარსკვლავების წარმოშობა.

ასიმეტრიული ჰალოს ზეგავლენა ჯინსის არამდგრადობაზე შეიძლება გამოვიყენოთ შებრუნებული ამოცანის ამოხსნისათვის. თუკი დაკვირვებებიდან დადგინდება მინიმალური მასის ვარსკვლავების გადახრა ჯინსის მასიდან შესაბამის რადიუსზე, შესაძლებელი იქნება გარეშე ველის ასიმეტრიის სიდიდის დადგენა. უკანასკნელი კი თავის მხრივ შეიძლება გამოყენებულ იქნას, მაგალითად გალაქტიკის ფარული მასის ჰალოს ასიმეტრიის პარამეტრზე შეზღუდვების დასადგენად.

## გამოყენებული ლიტერატურა

- [1] Jeans J. Astronomy and Cosmogony, 2nd edn. Cambridge Univ. Press, 1929.
- [2] Chanda J.Jog,2013 "*Jeans instability criterion modified by external tidal field*", MNRAS **434**,L56
- [3] M.Das, C.J.Jog,1999,"*Tidally compressed gas in centres of early-type and ultraluminous galaxies*", The Astrophys. J.(Cambridge Uni. Press, 2008), 527:600
- [4] Bradt H. Astrophysics processes (Cambridge Uni. Press, 2002)
- [5] Jim Pringle, Andrew King, Astrophysical Flows (Cambridge Uni. Press, 2002)